I Partie A

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 1 - xe^x$

On donne ci-dessous le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f	1	$\nearrow$	$1+\frac{1}{e}$	$\searrow$	$-\infty$

1. Justifier le tableau de variations ci-dessus : dérivée, valeur qui annule la dérivée, signe de la dérivée et par conséquent les variations de f, extremum et les deux limites.
2. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$ que l'on notera α.
3. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}. (expliquer)
4. En déduire le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.

II Partie B

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{1+x}{1+e^x}$

1. Justifier que g est croissante sur $]-\infty ; \alpha]$.
2. Prouver que $g(\alpha) = \alpha$
3. On définit la suite (u_n) par : $\left\{\begin{array}{l} u_0 = -0,8 \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = g(u_n) \end{array}\right.$

   Démontrer, par récurrence, que la suite (u_n) est majorée par α et que la suite (u_n) est croissante.
4. Prouver que (u_n) est convergente. Quelle est sa limite ?