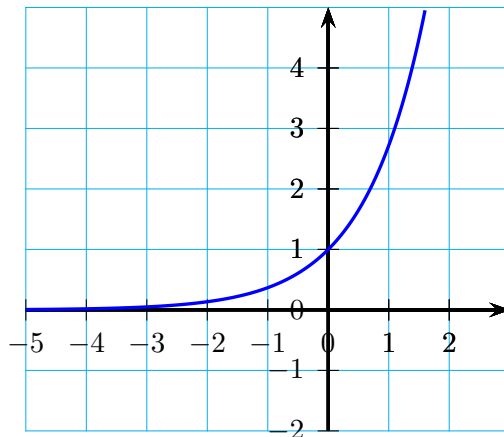


## I Sujet de BAC : Exercice 3 Liban 2015

On considère la courbe  $\mathcal{C}$  d'équation  $y = e^x$ , tracée ci-dessous.



Pour tout réel  $m$  strictement positif, on note  $\mathcal{D}_m$  la droite d'équation  $y = mx$ .

- Dans cette question, on choisit  $m = e$ .  
Démontrer que la droite  $\mathcal{D}_e$ , d'équation  $y = ex$ , est tangente à la courbe  $\mathcal{C}$  en son point d'abscisse 1.
- Conjecturer, selon les valeurs prises par le réel strictement positif  $m$ , le nombre de points d'intersection de la courbe  $\mathcal{C}$  et de la droite  $\mathcal{D}_m$ .
- Démontrer cette conjecture.

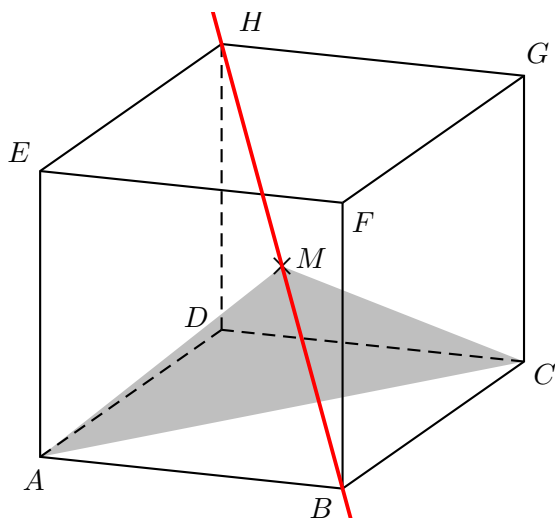
## II Encore avec une exponentielle

Étudier suivant la valeur du réel  $a$  le nombre de solutions de l'équation  $e^x = x + a$ .

## III Fonction affine ?

La fonction  $f$  définie par  $f : x \mapsto \frac{2x^3 - x^2 - x - 3}{x^2 + x + 1}$  est-elle affine ?

## IV Optimisation dans l'espace



Sur la figure ci-dessus,  $\alpha$  désigne la mesure en radians de l'angle  $(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MC})$  ( $\alpha \in [0, \pi]$ ).

Déterminer la position du point  $M$  sur la diagonale  $[BH]$  de façon que  $\alpha$  soit le plus grand possible.

## V Une suite avec logarithme népérien

Soit  $a$  un réel strictement positif. On définit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  par :

$$u_0 = a \text{ et } u_{n+1} = 2 + \ln(u_n)$$

Étudier suivant les valeurs de  $a$ , la convergence de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

## VI Encore du logarithme népérien

Soit la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $]0; 1[$  par  $f(x) = \ln(x)\ln(1-x)$ .

Sa courbe représentatrice  $\mathcal{C}_f$  est-elle un arc de cercle ?

## VII Rayon lumineux

Les parois intérieures d'une boîte en forme de prisme droit sont constituées de miroirs.

La base  $ABC$  est un triangle isocèle rectangle en  $B$ , tel que  $AB = 1$  m.

D'un point  $M$  situé sur une arête verticale, on émet un rayon lumineux orthogonal à cette arête, qui se reflète plusieurs fois sur les parois latérales du prisme avant de toucher à nouveau une arête.

Sachant que le rayon lumineux a parcouru 13 mètres, combien de fois s'est-il réfléchi ?

