EXERCICE 1 :
Donnez la forme algébrique des nombres complexes suivants :

$$z_1 = (3+\mathrm{i})(4-2\mathrm{i}), \quad z_2 = (3-\mathrm{i})^2, \quad z_3 = (2+\mathrm{i}\sqrt{3})(2-\mathrm{i}\sqrt{3})$$

EXERCICE 2 :
Donnez la forme algébrique des nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{2}{1+\mathrm{i}}, \quad z_2 = \frac{1}{3-\mathrm{i}\sqrt{2}}, \quad z_3 = \frac{1}{\mathrm{i}\sqrt{2}-3}$$

EXERCICE 3 :
Donnez la forme algébrique des nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{2-5\mathrm{i}}{3+2\mathrm{i}}, \quad z_2 = \frac{6+3\mathrm{i}}{1-2\mathrm{i}}, \quad z_3 = \frac{3\mathrm{i}}{3+4\mathrm{i}}$$

EXERCICE 4 :
Donnez la forme algébrique des nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{2}{1-2\mathrm{i}} + \frac{3}{2+\mathrm{i}}, \quad z_2 = 2\mathrm{i} - \frac{3}{2-\mathrm{i}}$$

EXERCICE 5 :
Pour tout nombre complexe z, on pose $f(z) = z^2 - z$ avec $z = x + \mathrm{i}y$, x, y réels.
Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de $f(z)$.

EXERCICE 6 :
Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes d'inconnue z. Donner les solutions sous forme algébrique.

1. $\mathrm{i}z = 3 + \mathrm{i}$
2. $(2-\mathrm{i})z - 2\mathrm{i} = \mathrm{i}z + 2 - 3\mathrm{i}$
3. $(2\mathrm{i}z + \mathrm{i})(4z - 8 - 4\mathrm{i}) = 0$
4. $\dfrac{z-2\mathrm{i}}{z+2} = 4\mathrm{i}$

EXERCICE 7 :
Résoudre dans $\mathbb{C}$ les systèmes suivants :

$$\begin{cases} 3z + z' = 2 - 5\mathrm{i} \\ z - z' = -2 + \mathrm{i} \end{cases} \text{ puis } \begin{cases} 3z + z' = 5 + 2\mathrm{i} \\ -z + z' = 1 - 2\mathrm{i} \end{cases}$$

EXERCICE 8 :
Donner la forme algébrique du conjugué $\overline{z}$ du complexe z dans chacun des cas suivants :

$$z = 2 + 5\mathrm{i}, \quad z = \frac{1}{\mathrm{i}+2}, \quad z = \frac{2-\mathrm{i}}{2\mathrm{i}+1}, \quad z = (3-2\mathrm{i})(\mathrm{i}+1), \quad z = \frac{\mathrm{i}(3-2\mathrm{i})}{2\mathrm{i}+1}$$

EXERCICE 9 :
Écrire en fonction de $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe Z dans chacun des cas suivants :

$$Z = -2\mathrm{i} + 3z, \quad Z = 3 + \mathrm{i} - 2\mathrm{i}z, \quad Z = (2 - \mathrm{i}z)(2z - 4 + 3\mathrm{i}), \quad Z = \frac{2\mathrm{i} + 1 - \mathrm{i}z}{5\mathrm{i} + 2z}$$

EXERCICE 10 :
Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes d'inconnue z.

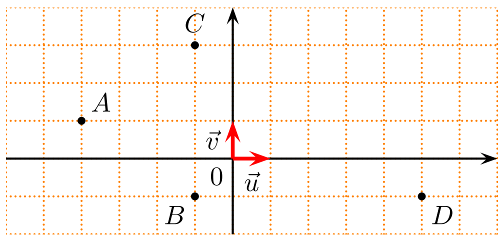
1. $4\overline{z} + 2\mathrm{i} - 4 = 0$
2. $(\mathrm{i}z - 2 + \mathrm{i})(2\mathrm{i}\overline{z} + \mathrm{i} - 2) = 0$
3. $2z + \mathrm{i}\overline{z} = 4$
4. $2\mathrm{i}z - \overline{z} = 4\mathrm{i}$

EXERCICE 11 :
On considère le polynôme du troisième degré :

$$P(z) = 3z^3 + (1+6\mathrm{i})z^2 + (16+2\mathrm{i})z + 32\mathrm{i}$$

1. Vérifier que $z_0 = -2\mathrm{i}$ est solution de l'équation $P(z) = 0$.
2. Déterminer trois nombres réels a, b et c tels que, pour tout z de $\mathbb{C}$, $P(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$
3. Résoudre l'équation $P(z) = 0$

EXERCICE 12 :



1. Par lecture graphique, déterminer les affixes des points A, B, C et D puis celles des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
2. Que peut-on dire des droites (AB) et (CD) ?

EXERCICE 13 :

1. Placer les points A, B et C d'affixes respectives
$$z_A = 1 + 2\mathrm{i}, \quad z_B = -3 - \mathrm{i}, \quad \text{et } z_C = 3 - 2\mathrm{i}$$
2. Déterminer l'affixe du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

EXERCICE 14 :
Placer les points A, B et C d'affixes respectives

$$z_A = -\frac{1}{3} - 2\mathrm{i}, \quad z_B = 1 + 2\mathrm{i}, \quad \text{et } z_C = \frac{7}{3} + 6\mathrm{i}$$

Les points A, B et C sont-ils alignés ?

EXERCICE 15 :

On note $z = x + \mathrm{i}y$, x et y réels. On pose :

$$Z = \frac{z-1}{z+1} \text{ avec } z \neq -1$$

1. Démontrer que Z a pour forme algébrique :
$$\frac{x^2 + y^2 - 1}{(x+1)^2 + y^2} + \frac{2y}{(x+1)^2 + y^2}\mathrm{i}$$
2. Représenter dans le plan complexe l'ensemble des points M d'affixe z tels que :
   (a) Z soit réel.
   (b) Z soit imaginaire pur.

EXERCICE 16 :
Déterminer, dans chaque cas, l'ensemble des points $M(z)$ pour lesquels $M'(Z)$ appartient à l'axe des réels.

1. $Z = z^2 - 2\overline{z} + 1$;
2. $Z = (\overline{z} - 3)(\mathrm{i}z + 2)$

EXERCICE 17 :
Déterminer, dans chaque cas, l'ensemble des points $M(z)$ pour lesquels $M'(Z)$ appartient à l'axe imaginaire.

1. $Z = z^2 - 2\overline{z} + 1$;
2. $Z = \dfrac{\mathrm{i}z}{2 - z}$