I Équation (E_1)

Soit l'équation $x^3 + x - 14 = 0$.

1. Montrer que cette équation n'a aucune solution négative.
2. Étudier le nombre de solutions de l'équation sur $[0; +\infty[$.
3. Donner une valeur approchée de la ou des solution(s) arrondie(s) à 10^{-2} près avec la calculatrice.

II Équation (E_2)

On considère l'équation : $18\sqrt{x} - 6x + 15 = 0$.

1. Démontrer, sans la résoudre, que l'équation admet une unique solution α sur $[0; +\infty[$
2. Fournir un encadrement au centième de α.

III Équation (E_3)

On considère l'équation : $\cos(x) = x^2$ que l'on cherche à résoudre sur $[0; +\infty[$.

On considère la fonction h définie sur $[0; +\infty[$ par $h(x) = x^2 - \cos(x)$.

1. Montrer que pour tout réel $x > \pi$, $f(x) > 0$.
2. Calculer, pour tout réel, $f'(x)$ et $f''(x)$ où f'' désigne la dérivéee seconde de la fonction f $(f'' = (f')')$
3. Déterminer le sens de variations de la fonction f' sur $[0; \pi]$.
4. Calculer $f'(0)$ et en déduire le signe de $f'(x)$ sur $[0; \pi]$.
5. En déduire le sens de variations de f sur $[0; \pi]$.
6. Montrer que l'équation (E_3) admet une unique solution α sur $[0; \pi]$.
7. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
8. Quel est le nombre de solutions de l'équation sur $[0; +\infty[$?