

EXERCICE 1 :

1. Montrer que dans chaque cas que la suite est géométrique : $u_n = 3^{n+2}$; $u_n = 5^{1-3n}$
2. Une seule des trois suites (a_n) , (b_n) et (c_n) est géométrique. Laquelle?

$$a_n = 2^{2n+1} \times 5^{3-n} ; b_n = n^2 ; c_1 = 2 \text{ et } c_n = \sqrt{c_{n-1}^2 + 1}$$

3. Calculer les sommes :

$$A = 8 + 13 + 18 + \dots + 2008 + 2013 ; B = 2^2 + 2^3 + \dots + 2^7 ; C = x + x^2 + x^3 + \dots + x^n \text{ avec } x = 1 \text{ et avec } x \neq 1$$

• ○ •

EXERCICE 2 :

On considère (u_n) définie par $u_0 = 0$ et pour tout n , $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 12$

1. Calculer quelques termes.
2. Justifier que (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
3. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 8$. Montrer que (v_n) est géométrique. Exprimer v_n en fonction de n , puis u_n en fonction de n .
4. Calculer la somme $V_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et en déduire $U_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

• ○ •

EXERCICE 3 :

On considère (u_n) définie par $u_0 = \frac{1}{2}$ et pour tout n , $u_{n+1} = \frac{8u_n + 3}{u_n + 6}$

1. Démontrer par récurrence que, pour tout entier $n \geq 1$, on a : $1 < u_n < 3$.
2. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.
 - (a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique, préciser son premier terme et sa raison.
 - (b) Exprimer u_n en fonction de v_n et en déduire u_n en fonction de n .
 - (c) Prouver que (u_n) est convergente et calculer sa limite.

• ○ •

EXERCICE 4 :

Un globe-trotter a parié de parcourir 5000 kilomètres à pieds.
 Frais et dispo, il peut parcourir 50 kilomètres en une journée.
 Mais chaque jour, la fatigue s'accumule et sa performance diminue de 1% tous les jours.
 Pour tout entier $n \geq 1$, on note d_n la distance parcourue le n -ème jour et D_n la distance totale parcourue au bout de n jours, en km.

1. Préciser la nature de la suite $(d_n)_{n \geq 1}$. En déduire l'expression de d_n en fonction de n .
2. Exprimer D_n en fonction de n .
3. Déterminer la limite de la suite $(D_n)_{n \geq 1}$. Le globe-trotter peut-il gagner son pari?
4. Déterminer à la calculatrice le nombre minimal de jours N qui lui seraient nécessaires pour parcourir 1500 km.