EXERCICE 1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ par $f(x) = x\left[\ln(2x+1) - \ln(x)\right]$.

1. Former un développement asymptotique de f en $\dfrac{1}{x}$ en $+\infty$.
2. En déduire l'existence d'une droite asymptote en $+\infty$ à la courbe représentative de f.
3. Étudier la position relative de la courbe et de son asymptote en $+\infty$.

EXERCICE 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ par $f(x) = (x+1)\mathrm{e}^{1/x}$.

1. Former un développement asymptotique de f en $\dfrac{1}{x}$ en $+\infty$.
2. En déduire l'existence d'une droite asymptote en $+\infty$ à la courbe représentative de f.
3. Étudier la position relative de la courbe et de son asymptote en $+\infty$.

EXERCICE 3 :

Déterminer un équivalent simple de la suite dont le terme général est :

$$2\sqrt{n} - \sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}$$

EXERCICE 4 :

Déterminer un équivalent simple de la suite dont le terme général est :

$$\frac{\ln(n+1) - \ln(n)}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$$

EXERCICE 5 :

Soit deux applications f et g définies sur $\mathbb{N}$ et à valeurs dans $\mathbb{N}$, par :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ f(n) = 2n \text{ et } \forall n \in \mathbb{N},\ g(n) = \begin{cases} \dfrac{n}{2} & \textit{si } n \textit{ est pair} \\ \dfrac{n-1}{2} & \textit{si } n \textit{ est impair} \end{cases}$$

1. Étudier l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité de f et de g.
2. Préciser les applications $g \circ f$ et $f \circ g$. Étudier leur injectivité, surjectivité et bijectivité.

EXERCICE 6 :

On considère l'application f définie par :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\longmapsto x^2 + \sin(y) \end{aligned}$$

1. L'application f est-elle injective ?
2. L'application f est-elle surjective ?

EXERCICE 7 :

On considère l'application f définie par :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{2x}{1+x^2} \end{aligned}$$

1. L'application f est-elle injective ?
2. L'application f est-elle surjective ?
3. Montrer que $f(\mathbb{R}) = [-1, 1]$.