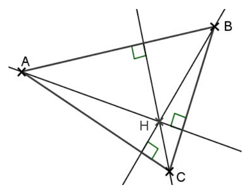
Géométrie dans le plan (théorèmes vus au collège)

A savoir : On peut remplacer une ***définition*** par 2 ***implications*** réciproqies: « Si *A* alors *B* » et « Si *B* alors *A* », c'est-à-dire par une ***équivalence*** : « *A* **si et seulement si** *B* » ou « A $\Leftrightarrow$ B »

1. Le triangle: droites et points remarquables.

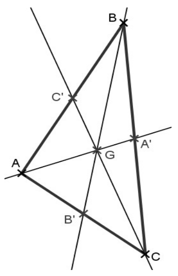
1.1 Hauteurs et orthocentre.



Définition: *Une **HAUTEUR** d'un triangle est une droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé.*

Propriété: Les hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point H, appelé **ORTHOCENTRE** du triangle.

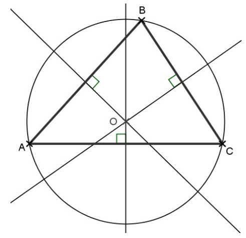
1.2 Médianes et centre de gravité.



Définition: *Une médiane d'un triangle est une droite passant par un sommet et par le milieu du côté opposé.*

Propriété: Les médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé **CENTRE DE GRAVITE** du triangle.

1.3 Médiatrices et centre du cercle circonscrit.



Définition: *La **MEDIATRICE** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu*

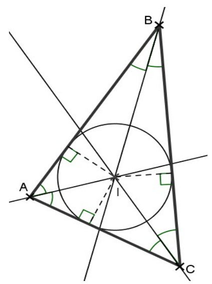
Propriété: Si un point est sur la médiatrice d'un segment alors il est **EQUIDISTANT des extrémités de ce segment.**

Et réciproquement.

Propriété: Les médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point O qui le **CENTRE DU CERCLE CIRCONSCRIT** au triangle.

Définition : *le cercle circonscrit à un triangle est le cercle passant par les 3 sommets du triangle. On dit alors que le **triangle est inscrit** dans le cercle.*

1.4 Bissectrices et centre du cercle inscrit



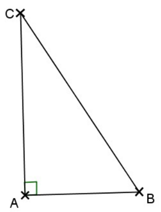
Définition: *la **BISSECTRICE** d'un angle est la droite qui partage cet angle en deux angles égaux.*

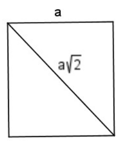
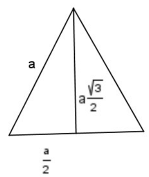
Propriété: Les bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes en un point qui le **CENTRE DU CERCLE INSCRIT** dans le triangle.

Définition : *le cercle inscrit dans un triangle est le cercle tangent aux 3 côtés du triangle.*

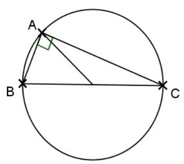
2. Le triangle rectangle

2.1 Théorème de Pythagore

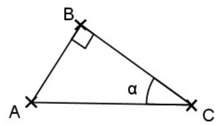
	Théorème: Si un triangle est rectangle Alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés et réciproquement.	ABC est rectangle en A *si et seulement si* $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Les diagonales d'un carré de côté a mesurent 	Les hauteurs d'un triangle équilatéral de côté a mesurent 

2.2 Triangle rectangle et cercle circonscrit :

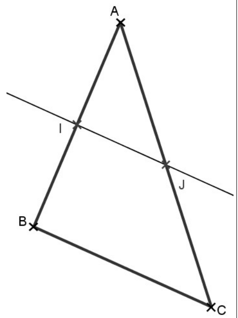
	Théorème: Si un triangle est inscrit dans un cercle dont le diamètre est un de ses côtés alors c'est un triangle est rectangle. Et réciproquement.

2.3 Trigonométrie dans le triangle rectangle :

	$\cos\alpha = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{CB}{CA}$ $\sin\alpha = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AB}{AC}$ $\tan\alpha = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \dfrac{AB}{BC}$

3.Triangles et sécantes

3.1 Théorèmes des milieux

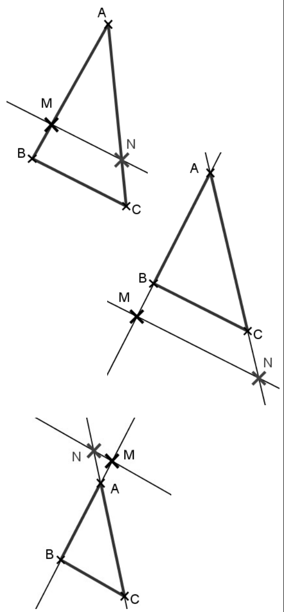


Théorème 1 : Dans un triangle ,
si un segment joint les milieux de 2 côtés,
alors il est parallèle au 3ème côté et en mesure la moitié.

Théorème 2 : Dans un triangle,
si une droite passe par le milieu d'un côté en étant parallèle à un deuxième côté
alors elle coupe le 3ème côté en son milieu.

(et le segment qui joint les 2 milieux mesure la moitié de ce 3ème côté)

3.2 théorème de Thalès



Théorème 1:

Si dans 2 triangles ABC et AMN on a :

- A, M et B sont alignés ainsi que A, N et C
- et les droites (BC) // (MN)

alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

Théorème 2 (qui n'est pas tout à fait la réciproque):

Si dans 2 triangles ABC et AMN on a

- A, M et B sont alignés **dans le même ordre** que A, N et C
- et $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$

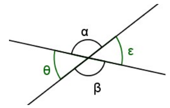
alors (MN) // (BC)

(et on a donc aussi $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$)

4.Angles

Dans un triangle la somme des angles vaut 180 °.
Dans un quadrilatère la somme des angles vaut 360 °.

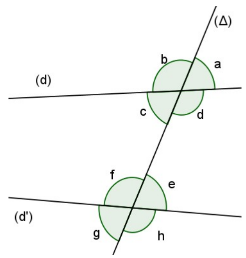
4.1 Angles opposés par le sommet



$\alpha=\beta\,;\epsilon=\theta$

Théorème:
Si 2 droites sont sécantes
alors elles forment des angles **opposés par le sommet qui sont** égaux.

4.2 angles alterne-internes, angles correspondants

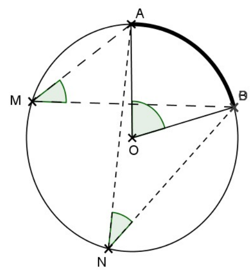


Théorème 1: Si 2 droites sont coupées par une sécante en formant des angles alternes-internes (ou des angles correspondants) égaux

alors elles sont parallèles.

Et réciproquement.

4.3 angles dans un cercle : angles inscrits, angles au centre



Théorème1 :

si dans un cercle un angle inscrit intercepte le même arc qu'un angle au centre
alors il en mesure la moitié.

Conséquence (théorème 2):

si dans un cercle 2 angles inscrits interceptent le même arc **alors** ils sont égaux.

Définitions : *un angle inscrit dans un cercle est un angle dont le sommet est un point du cercle.*
Un angle au centre d'un cercle est un angle dont le sommet est le centre du cercle.

5. Les quadrilatères

5.1 Définitions

- Un ***PARALLELOGRAMME*** est un quadrilatère ayant les côtés parallèles 2 à 2.
- *Un* ***RECTANGLE*** *est un quadrilatère qui a 4 angles droits.*
- *Un* ***LOSANGE*** *est un quadrilatère qui a 4 côtés égaux.*
- *Un* ***CARRE*** *est un quadrilatère qui a 4 côtés égaux et 4 angles droits*

5.2 Propriétés