

EXERCICE 1 : Soit la fonction

$$f : \mathcal{D}_f \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \frac{1}{x^2 + 1}$$

1. Justifier que $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

2. Quelles sont les variations de la fonction

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto x^2 + 1$$

? En déduire celles de f puis dresser le tableau de variations de f .

EXERCICE 2 : Soit f et g deux fonctions définies de la façon suivante :

$$f : \mathcal{D}_f \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto x - 1$$

et

$$g : \mathcal{D}_g \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \frac{3x - 11}{2 - x}$$

1. Déterminer \mathcal{D}_f et \mathcal{D}_g .
2. Exprimer $g(x) - f(x)$ pour tout $x \neq 2$.
3. Déterminer les positions relatives des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .
4. Écrire $g(x)$ sous la forme $a + \frac{b}{x - 2}$, pour tout $x \neq 2$.
5. Déterminer les variations de la fonction g en utilisant des fonctions de référence et les résultats sur les fonctions associées.
6. Construire \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

EXERCICE 3 : Soit la fonction

$$r : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \frac{1}{|x|}$$

dont le tableau de variations est :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de r	$0 \nearrow +\infty$		$+\infty \searrow 0$

1. Justifier le tableau de variations de r .

2. En utilisant le tableau de variations, résoudre $\frac{1}{|x|} = 2$, puis $\frac{1}{|x|} \geq 4$. Vérifier par le calcul les solutions trouvées.

EXERCICE 4 : Soit f et g deux fonctions :

$$f : \mathcal{D}_f \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \frac{2x + 1}{x}$$

et

$$g : \mathcal{D}_g \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \frac{2x - 9}{x - 4}$$

1. Déterminer \mathcal{D}_f et \mathcal{D}_g .
2. Prouver que $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$ pour $x \neq 0$ et $g(x) = 2 - \frac{1}{x - 4}$ pour $x \neq 4$.
3. Déterminer les tableaux de variation des fonctions f et g .
4. Vérifier que pour tout $t \neq -2$, $f(2 - t) = g(2 + t)$. Que peut-on en déduire pour les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g ?

EXERCICE 5 : Soit la fonction

$$h : \mathcal{D}_h \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \frac{-3}{\sqrt{5 - 2x}} + 2$$

1. Déterminer \mathcal{D}_h .
2. Prouver que la fonction h est strictement croissante sur \mathcal{D}_h .

EXERCICE 6 : Soit la fonction

$$k : \mathcal{D}_k \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \sqrt{6x^2 - 36x + 48}$$

1. Définir la fonction u telle que $k = \sqrt{u}$ et déterminer \mathcal{D}_k .
2. Déterminer les variations de u sur \mathbb{R} puis celles de k sur chaque intervalle de \mathcal{D}_k .
3. Résoudre l'inéquation $k(x) \geq 4$.