Classe de seconde 7 **DEVOIR DE MATHEMATIQUES** Le 10/05/2016

Nom: .

Exercice 1: *6 points*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-2x-5$.

1/ Dresser le tableau de variations de cette fonction en justifiant.
2/ Vrai ou faux, justifier :
a/ L'équation $f(x)=-10$ n'admet pas de solution.
b/ L'équation $f(x)=-5$ admet deux solutions : 0 et -2.
3/ Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre la droite d'équation $y=-2x$ et la courbe de f .

Exercice 2 : *5 points*

On considère A(1;1), B(3;5) et C(-3;-1) trois points du plan dans un repère (O,I,J).

1/ Déterminer les coordonnées du vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

2/ En déduire les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

3/ Démontrer que les points A, C et D sont alignés.

Exercice 3 : *4 points*

Une entreprise fabrique des étuis en cuir pour téléphones portables, entre 200 et 1 000 par jour.
On note x la quantité, en milliers d'étuis, fabriquée et vendue par jour. On a alors $x \in [0,2;1]$.

On sait que la recette engendrée est $R(x)=7,9x$ et que le coût de production est $C(x)=5x^2-0,1x+1$.
On rappelle que le bénéfice est la différence entre la recette $R(x)$ et le coût $C(x)$.

1/ Exprimer $B(x)$ en fonction de x .

2/ Justifier que $B(x)=-5(x-0,8)^2+2,2$. En déduire la quantité d'étuis à produire par jour pour réaliser un bénéfice maximal. Justifier la réponse.

Exercice 4 : *5 points*

On se place dans un repère (O,I,J). On donne A(1;1), B(3;-1) et la droite (D) d'équation $y=2x-2$.

1/ Faire une figure avec A, B et (D) en justifiant.
2/ Déterminer une équation de la droite (AB). Bien rédiger...
3/ Calculer les coordonnées du point d'intersection entre (AB) et (D).

Une entreprise fabrique des étuis en cuir pour téléphone portable, entre 200 et 1000 par jour.
On note x la quantité, en milliers d'étuis, fabriquée et vendue par jour. On a alors $x \in [0,2;1]$.

On sait que la recette engendrée est $R(x) = 7,9x$ et que le coût de production est $C(x) = 5x^2 - 0,1x + 1$.
On rappelle que le bénéfice est la différence entre la recette $R(x)$ et le coût $C(x)$.

1. Exprimer $B(x)$ en fonction de x.

   Pour tout $x \in [0,2;1]$, $B(x) = R(x) - C(x) = 7,9x - (5x^2 - 0,1x + 1) = 7,9x - 5x^2 + 0,1x - 1 = -5x^2 + 8x - 1$.

2. Justifier que $B(x) = -5(x - 0,8)^2 + 2,2$. En déduire la quantité d'étuis à produire par jour pour réaliser un bénéfice maximal.

   On peut développer l'expression $-5(x - 0,8)^2 + 2,2$ et on retrouve $B(x)$.

   OU comme $B(x)$ est un expression polynôme du second degré avec $a = -5, b = 8$ et $c = -1$, on recherche la forme canonique : $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{8}{-10} = 0,8$ et $\beta = B(0,8) = 2,2$. Ainsi
   $$B(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta = -5(x - 0,8)^2 + 2,2, \text{ pour tout } x \in [0,2;1].$$
   On peut dessiner le tableau de variations et constater que, comme $a = -5$ et que $a < 0$ les variations sont : B croissante sur $[0,2;0,8]$ et décroissante sur $[0,8;1]$. L'ordonnée du sommet $S(0,8;2,2)$ est donc le maximum de B.

   En d'autres termes, pour réaliser un bénéfice maximal, il faut fabriquer $0,8$ milliers d'étuis, soit 800 étuis.