I Représentation en perspective cavalière

I.1 Règles de représentation

- Trois points alignés sont représentés par trois points alignés : une droite est donc représentée par une droite. (Par contre trois points alignés sur le dessin ne sont pas obligatoirement alignés en réalité)
- Deux droites parallèles de l'espace sont représentées par deux droites parallèles.
- La représentation en perspective cavalière conserve sur un segment les proportions de longueur (en particulier le milieu d'un segment de l'espace est placé au milieu du segment dessiné)
- Dans un plan vu de face, la figure représentée est en vraie grandeur.

Exemple 1 $\longrightarrow$Exercice résolu 1 p 311.

I.2 Règles de base dans l'espace

- Il existe une et une seule droite de l'espace passant par deux points distincts.
- Il existe un et un seul plan de l'espace passant par trois points non alignés.
- Si deux plans distincts ont un point commun, alors leur intersection est une droite.
- Si deux points A et B appartiennent à un plan, alors ce plan contient tous les points de la droite (AB).
- Tous les résultats de géométrie plane (Thalès, Pythagore, Th. Des milieux, etc...), sont applicables dans chaque plan de l'espace.

Exemple 2 $\longrightarrow$Exercice 4 p 311.

II Solides usuels p 308

II.1 Solides droits

$\longrightarrow$ LIRE 1 page 308.

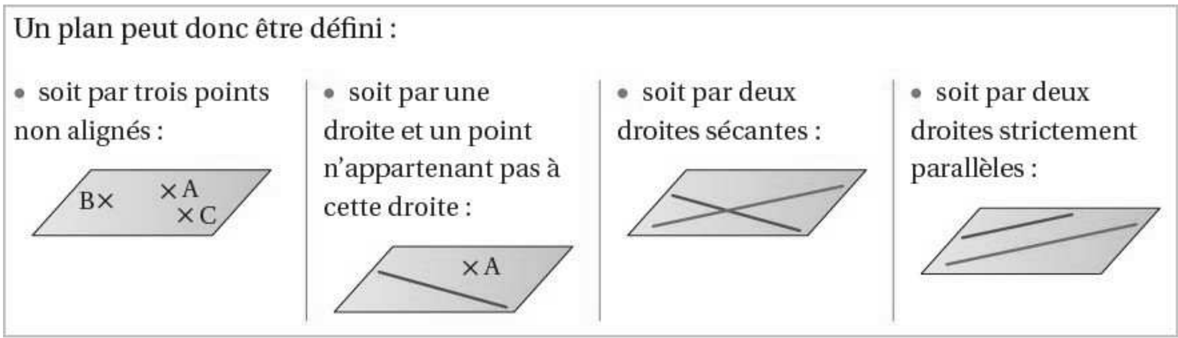
II.2 Pyramides et cônes

$\longrightarrow$ LIRE 2 page 308.

II.3 Sphère

$\longrightarrow$ LIRE 3 page 308.

III Plans de l'espace



Exemple 3 $\longrightarrow$Exercice résolu 2 p 311. Exercice 5 p 311.

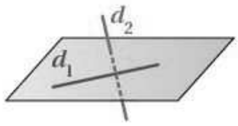
Définition 1 *:*

- *Quatre points de l'espace sont coplanaires s'ils appartiennent à un même plan.*
- *Deux droites de l'espace sont coplanaires si elles sont incluses dans un même plan.*

IV Positions relatives dans l'espace

IV.1 Positions relatives de deux droites

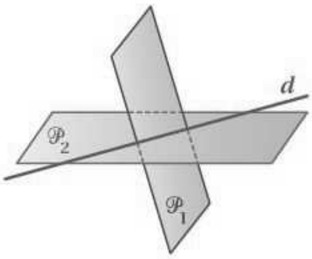
Les positions relatives possibles de deux droites d_1 et d_2 sont les suivantes :

d_1 et d_2 sont **coplanaires**.			d_1 et d_2 sont **non coplanaires**.
d_1 et d_2 sont **sécantes**.	d_1 et d_2 sont **parallèles**.		
			
d_1 et d_2 sont **sécantes** en un point I.	d_1 et d_2 sont **strictement parallèles**.	d_1 et d_2 sont **confondues**.	

Exemple 4 ⟶Exercice 21 p 321.

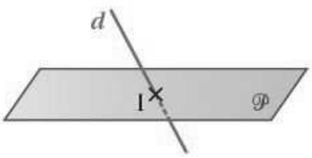
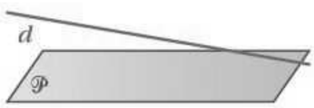
IV.2 Positions relatives de deux plans

Deux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ de l'espace sont soit sécants, soit parallèles.

$\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont **sécants**.	$\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont **parallèles**.	
		
$\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont **sécants** suivant une droite d.	$\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont **strictement parallèles**.	$\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont **confondus**.

IV.3 Positions relatives d'une droite et d'un plan

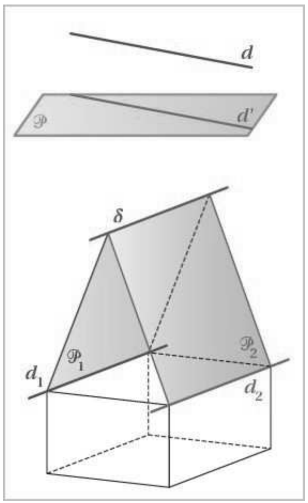
Une droite d et un plan $\mathcal{P}$ de l'espace sont soit sécants, soit parallèles.

d et $\mathcal{P}$ sont **sécants**.	d et $\mathcal{P}$ sont **parallèles**.	
		
d et $\mathcal{P}$ sont **sécants** en un point I.	d est **incluse dans** $\mathcal{P}$.	d et $\mathcal{P}$ sont **strictement parallèles**.

Exemple 5 ⟶Exercice résolu 2 p 323. QCM 27 p 322.

V Parallélisme dans l'espace

V.1 Droites parallèles à un plan



Propriété 1 Si une droite d est parallèle à une droite d' contenue dans un plan $\mathcal{P}$, alors d est parallèle au plan $\mathcal{P}$.

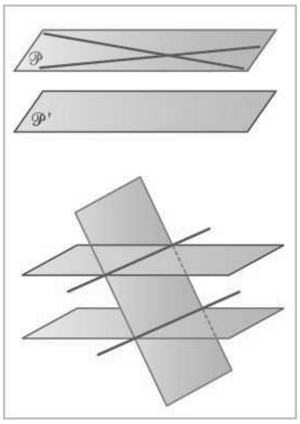
Théorème 1 Théorème du "toit"

Si on a :
- Deux droites parallèles d_1 et d_2;
- Un plan $\mathcal{P}_1$ contenant d_1;
- Un plan $\mathcal{P}_2$ contenant d_2;
- $\mathcal{P}_1$et $\mathcal{P}_2$ sécants suivant une droite δ;

alors la droite δ est parallèle aux droites d_1 et d_2.

Exemple 6 ⟶Exercice 60 p 328.

V.2 Plans parallèles



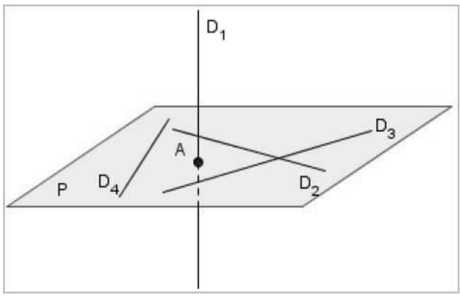
Propriété 2 Si un plan $\mathcal{P}$ contient deux droites sécantes et parallèles à un plan $\mathcal{P}'$, alors les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont parallèles.

Propriété 3 Si deux plans sont parallèles, tout plan sécant à l'un, est sécant à l'autre, et leurs intersections sont deux droites parallèles.

Exemple 7 ⟶Exercice résolu 1 p 315.

VI Orthogonalité dans l'espace

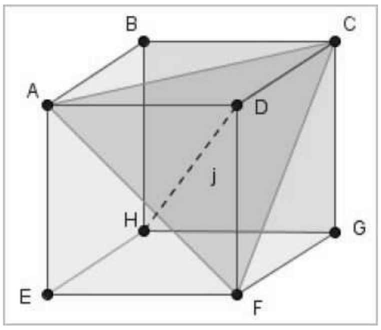
VI.1 Droite orthogonale à un plan



Définition 2 *On dit qu'une droite D_1 est orthogonale à un plan P lorsque D_1 est orthogonale à toute droite du plan P .*

Théorème 2 Lorsqu'une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan, elle est orthogonale à ce plan. (*ainsi deux droites sécantes suffisent*)

Exemple 8 :

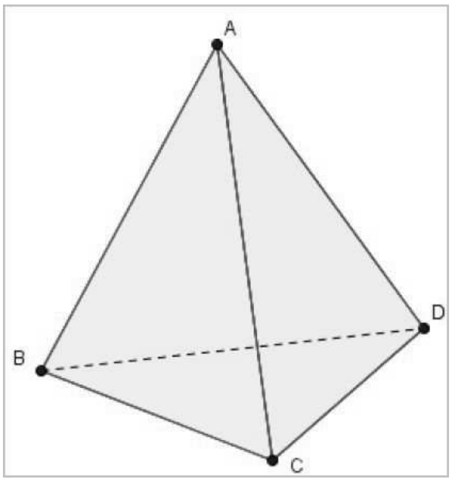


1. En utilisant le triangle DHE montrer que (AF) est orthogonale à (HD) .
2. De même, en utilisant le triangle DHG , montrer que (FC) est orthogonale à (HD) .
3. En déduire que (HD) est orthogonale au plan (ACF).

VI.2 plans perpendiculaires

Définition 3 *Deux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont dits perpendiculaires lorsque l'un contient une droite orthogonale à l'autre.*

VII Exercice de synthèse



- ABCD est un tétraèdre.
- I est le milieu de $[AB]$,
- J est le milieu de $[AC]$,
- K est le milieu de $[AD]$,
- M est le milieu de $[BD]$,
- N est le milieu de $[CD]$.

1. Déterminer l'intersection des plans (ABC) et (IJK).
2. Démontrer que les droites (IJ) et (MN) sont parallèles.
3. Démontrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (BCD).
4. Démontrer que les plans (IJK) et (BCD) sont parallèles.
5. Déterminer les droites d_1 et d_2 d'intersections des plans (ACM) et (BCD) puis (ACM) et (IJK).
6. Démontrer que d_1 et d_2 sont parallèles.

VIII Sections planes

Documents annexes (dont certains de mathsenligne)

`http://mathsenligne.net/`