*barème indicatif*

## EXERCICE 1 *(sur 6 )*

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Entourer la bonne réponse.
Une bonne réponse rapporte 1.5 points, une mauvaise réponse enlève 1 point et l'absence de réponse rapporte 0 point.

1. On donne les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}15\\7\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}5\\-7/3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}5/7\\1/3\end{pmatrix}$

   Les vecteurs :

   a) $\boxed{\overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ sont colinéaires}}$ b) $\boxed{\overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{w} \text{ sont colinéaires}}$ c) $\boxed{\overrightarrow{v} \text{ et } \overrightarrow{w} \text{ sont colinéaires}}$

2. $d$ est la droite passant par $A(1;2)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}\sqrt{3}-1\\1\end{pmatrix}$,$d'$ est la droite passant par $B(3;-1)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}2\\\sqrt{3}+1\end{pmatrix}$. Alors :

   a) $\boxed{d \text{ et } d' \text{ sont confondues}}$ b) $\boxed{d \text{ et } d' \text{ sont parallèles}}$ c) $\boxed{d \text{ et } d' \text{ sont sécantes}}$

3. $d$ est la droite passant par $A(0;4)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$
   $d$ a pour équation cartésienne :

   a) $\boxed{2x+3y-12=0}$ b) $\boxed{3x-2y+4=0}$ c) $\boxed{3x-2y+8=0}$

4. $d$ et $d'$ sont deux droites d'équations respectives $(d) : 2x+4y-6=0$ et $(d') : x+2y-3=0$
   $d$ et $d'$ sont :

   a) $\boxed{\text{sécantes}}$ b) $\boxed{\text{parallèles}}$ c) $\boxed{\text{confondues}}$

## EXERCICE 2 *(sur 8)*

$ABC$ est un triangle quelconque. $I, J$ et $K$ sont les points définis par

$$\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \quad \text{et} \quad 3\overrightarrow{CK} = 2\overrightarrow{KA}$$

1. Dans le repère $(B;\overrightarrow{BC} : \overrightarrow{BA})$, déterminer sans justification les coordonnées des points $A, B, C, I$ et $J$.

2. (a) En utilisant l'une des relations vectorielles données dans l'énoncé, exprimer le vecteur $\overrightarrow{BK}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BA}$.
   (b) Calculer les coordonnées du point $K$.

3. A partir de cete question, on admet que $K(0,6;0,4)$.
   (a) Déterminer une équation cartésienne à coefficients entiers des droites $(AJ)$ et $(BK)$.
   (b) Prouver que les droites $(AJ)$ et $(BK)$ sont sécantes. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection $E$.

4. Démontrer que les droites $(AJ)$, $(BK)$ et $(CI)$ sont concourantes.

## EXERCICE 3

*(sur 6)*

Soit la fonction

$$\begin{aligned} f : ]0;+\infty[ &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto x^2 - \frac{1}{x} \end{aligned}$$

1. Soit $a$ et $b$ deux nombres réels tels que $0 < a < b$.

   Répondre aux questions suivantes en justifiant.

   (a) Quel est le signe de $b^2 - a^2$ ?

   (b) Quel est le signe de $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ ?

   (c) En déduire le signe de $b^2 - a^2 + \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$.

2. On souhaite déterminer le sens de variation de la fonction $f$ sur $]0;+\infty[$.

   (a) Soit $0 < a < b$. Exprimer $f(b) - f(a)$.

   (b) Conclure.

3. (a) Le point $B\left(\sqrt{2}; \frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)$ appartient-il à $\mathcal{C}_f$ ?

   (b) **(BONUS)** Soit le point $A(\sqrt{3}; f(\sqrt{3}))$. Justifier, sans aucun calcul, que $f(\sqrt{3}) > \frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$.