EXERCICE 1 *(sur 5)*

temps estimé : 15 mins

Les deux questions sont indépendantes.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = -3x^2 - 18x - 25$$
   (a) Donner la forme canonique de f.
   (b) Dresser le tableau de variations de f.
2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection des paraboles $\mathcal{P}_1 : y = x^2 + 2x - 3$ et $\mathcal{P}_2 : y = -2x^2 - x + 3$.

EXERCICE 2 *(sur 4)*

temps estimé : 10 mins

Soit u et v deux fonctions polynômes du sesond degré définies sur $\mathbb{R}$ par
$$u(x) = x^2 - x - 6 \text{ et } v(x) = 2x^2 + 3x - 2$$

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations $u(x) = 0$ et $v(x) = 0$.
2. En déduire une factorisation de $u(x)$ et de $v(x)$.
3. (Bonus) Résoudre dans $\mathbb{R} - \left\{-2, \frac{1}{2}, 3\right\}$, l'équation $\frac{2}{u(x)} + \frac{x}{v(x)} = 0$.

EXERCICE 3 *(sur 5,5)*

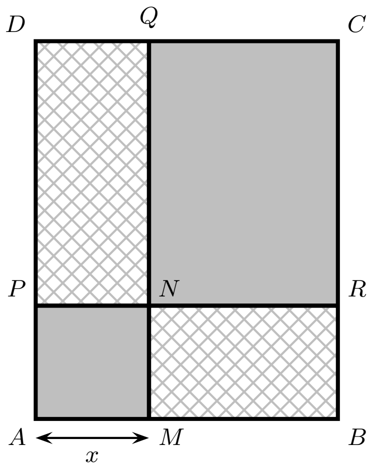
temps estimé : 15 mins

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = x^3 + 5x^2 - 12x + 6$$

1. Développer, ordonner et réduire $(x-1)(ax^2 + bx + c)$.
2. Déterminer trois a, b et c tels que $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$ pour tout x réel.
3. Résoudre $f(x) = 0$ dans $\mathbb{R}$. Quelle interprétation graphique peut-on faire des solutions ?

EXERCICE 4 *(sur 5,5)*

temps estimé : 15 mins



La figure ci-contre représente un panneau rectangulaire de 8 mètres ($AB = 8$) sur 10 ($BC = 10$) partagé en quatre zones : un **carré** $AMNP$ et **trois rectangles** $MBRN$, $NRCQ$ et $PNQD$.
Deux artistes sont invités à s'exprimer sur ce panneau : Amélie sur la zone coloriée et Wilson sur la zone hachurée.
On désire que la zone attribuée à Amélie soit au moins égale à celle attribuée à Wilson.

Problème : quelles sont les positions possibles du point M sur le segment $[AB]$?
On note x la distance AM.

1. A quel intervalle x appartient-il ?
2. Exprimer en fonction de x l'aire de chacune des deux zones (la coloriée et celle qui est hachurée).
(*conseil : reporter sur le dessin les longueurs des segments utiles pour le calcul des aires des différents quadrilatères*)
3. Montrer que résoudre le problème posé revient à résoudre l'inéquation
$$x^2 - 9x + 20 \geqslant 0 \text{ dans l'intervalle } [0; 8].$$
Conclure.