I Rappels

Définition 1 *a et b étant des réels fixés. Une fonction affine f est une fonction qui à x associe $f(x) = ax + b$.*

Remarque 1 :

- Si $a = 0$, la fonction affine f est constante. $(f(x) = b)$
- Si $b = 0$, la fonction affine f est linéaire. $(f(x) = ax)$

EXERCICE 1 : Compléter les cases du tableau par des croix.

Fonctions	$x \mapsto 3x-5$	$x \mapsto 2x^2+1$	$x \mapsto \sqrt{3}x$	$x \mapsto \pi$	$x \mapsto \dfrac{7}{x}-2$	$x \mapsto (x+1)^2 - x^2$	$x \mapsto -\dfrac{5}{7}x + \dfrac{12}{7}$
Affine							
Linéaire							
Constante							
Non affine							

II Représentation graphique

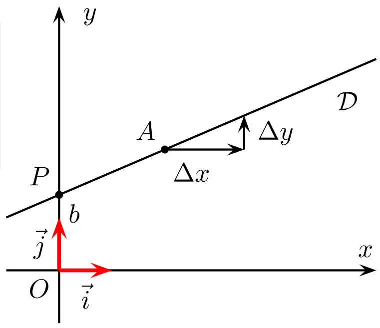
Dans un repère, la représentation graphique de la fonction affine

$$f : x \longmapsto ax + b$$

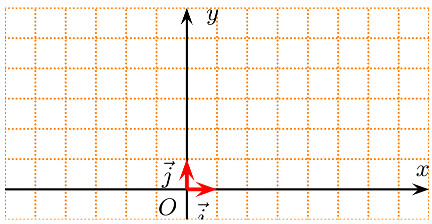
est la droite $\mathcal{D}$ de coefficient directeur a passant par le point $P(0; b)$.

b est l'ordonnée à l'origine et $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

$y = ax + b$ est l'équation réduite de $\mathcal{D}$.

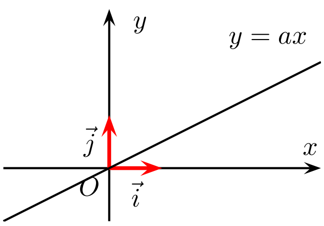


Exemple 1 :
la fonction affine f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -\dfrac{3}{5}x + 2$.
Représenter f graphiquement.

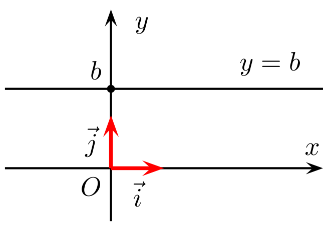


Remarque 2 :

La fonction linéaire f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax$ est représentée par la droite d'équation $y = ax$ passant par l'origine du repère.



La fonction constante f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = b$ est représentée par la droite d'équation $y = b$ parallèle à l'axe des abscisses.



III Sens de variation d'une fonction affine

Une fonction affine est monotone sur $\mathbb{R}$. Cela veut dire qu'elle est soit croissante sur $\mathbb{R}$, soit décroissante sur $\mathbb{R}$.

Théorème 1 :
Soit f une fonction affine.

- Si $a > 0$, la fonction affine f est croissante sur $\mathbb{R}$.

$(a > 0)$ x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Variations de f	↗	0	↗

- Si $a < 0$, la fonction affine f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

$(a < 0)$ x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Variations de f	↘	0	↘

Démonstration : Soit u et v deux réels quelconques. On suppose que $u < v$, l'idée consiste à comparer $f(u)$ et $f(v)$.

Exemple 2 :
Quel est le sens de variation de la fonction affine g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2 - 3x$?

IV Signe de $ax + b$

Chercher le signe de $ax+b$, c'est trouver pour un x donné, le signe de l'image $ax+b$ sans la calculer.

Méthode : On résout **d'abord** (si $a \neq 0$) $ax + b = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{b}{a}$

$\boxed{a > 0}$

La fonction affine est croissante sur $\mathbb{R}$. Les images croissent en passant de valeurs négatives à des valeurs positives.

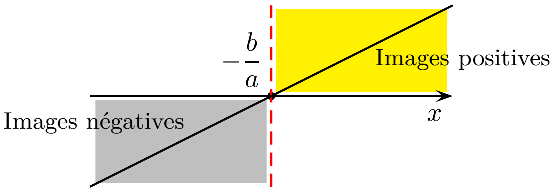


Tableau de signes de f :

$(a > 0)$ x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		$-$	0	$+$	

$\boxed{a < 0}$

La fonction affine est décroissante sur $\mathbb{R}$. Les images décroissent en passant de valeurs positives à des valeurs négatives.

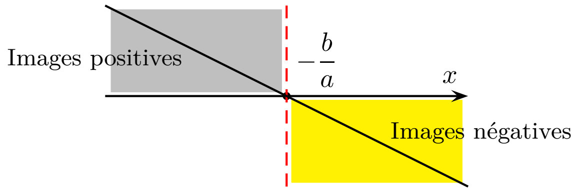


Tableau de signes de f :

$(a < 0)$ x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		$+$	0	$-$	

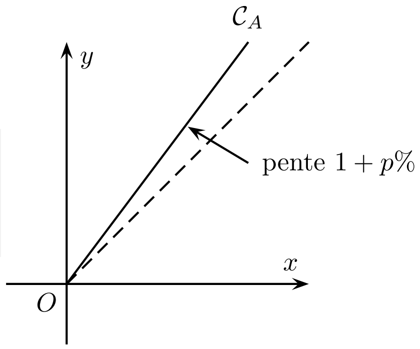
Exemple 3 :
Réaliser le tableau de signes de $2x+5$, de $-\dfrac{2}{3}x+4$, de $(3x-12)(5-4x)$ et de $\dfrac{-x-5}{x}$.

V Pourcentage d'augmentation et de diminution

V.1 Augmentation

$$\underset{\text{avant augmentation}}{x} \xrightarrow{+p\%} \underset{\text{après augmentation}}{y}$$

> y est l'image de x par la fonction linéaire A :
>
> $$A(x) = (1+p\%)x$$



Exemple 4 :

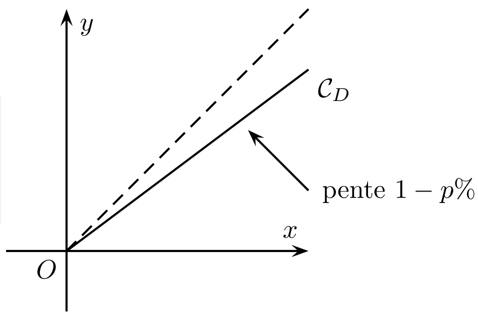
$+p\%$	$+38\%$	$+7\%$	$+123\%$	$+100\%$	$+50\%$
fonction linéaire					

Exemple 5 :
Une somme de 5700 € est placée durant 1 an. La somme disponible au bout d'un an est de 5882,4 € : quel est le taux de ce placement ? Si l'on place 8400 € au taux précédent, combien aurons-nous au bout d'un an ? On obtient 2167,20 € au bout d'un an avec le taux précédent ; combien a-t-on placé ?

V.2 Diminution

$$\underset{\text{avant diminution}}{x} \xrightarrow{-p\%} \underset{\text{après diminution}}{y}$$

> y est l'image de x par la fonction linéaire D :
>
> $$D(x) = (1-p\%)x$$



Exemple 6 :

$-p\%$	-54%	-8%	-100%	-50%	-12%
fonction linéaire					

Exemple 7 :
Quel est le pourcentage de remise d'un article qui passe de 250 € à 180 € ?
Dans le même magasin, combien sera soldé un article affiché initialement 320 € si l'on applique le même pourcentage ?
Toujours avec le même pourcentage, combien un article soldé 90 € coûtait-il avant les soldes ?