Exercice 1 ▷

6 page 160 :

Forme	u	u'	v	v'	dérivée
uv	$x \mapsto x^2$	$x \mapsto 2x$	$v : x \mapsto \sqrt{2x-4}$	$v' : x \mapsto \dfrac{2}{2\sqrt{2x-4}}$	$u'v + uv'$

Pour $x \in]2; +\infty[$,

$$f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = 2x \times \sqrt{2x-4} + x^2 \times \frac{1}{\sqrt{2x-4}} = \frac{2x(\sqrt{2x-4})^2 + x^2}{\sqrt{2x-4}} = \frac{5x^2 - 8x}{\sqrt{2x-4}}$$

• ◯ •

Exercice 2 ▷

8 page 160 :

Forme	u	u'	v	v'	dérivée
$\dfrac{u}{v}$	$u : x \mapsto x^2 - 3x + 1$	$u' : x \mapsto 2x - 3$	$v : x \mapsto 2x^2 + 1$	$v' : x \mapsto 4x$	$\dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

$\forall x \in \mathbb{R}, 2x^2 + 1 > 0$.

$$\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v^2(x)} = \frac{(2x-3)(2x^2+1) - 4x(x^2 - 3x + 1)}{(2x^2+1)^2} = \frac{6x^2 - 2x - 3}{(2x^2+1)^2}$$

• ◯ •

Exercice 3 ▷

30 page 162 :

1. Pour tout x de $[-3; 2]$, $f'(x) = 2 \times 3x^2 + 3 \times 2x - 12 \times 1 + 0 = 6x^2 + 6x - 12 = 6(x-1)(x+2)$

x	-3		-2		1		2
$6x^2 + 6x - 12$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. • `Annulation de la dérivée sur` $[-3; 2]$: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -2$

   • `Signe de la dérivée sur` $[-3; 2]$: La question 1 fournit la réponse.

   • `Valeur(s) interdite(s) sur` $[-3; 2]$: Pas de valeur interdite sur l'intervalle $[-3; 2]$.

   • Tableau de variations suivant :

x	-3		-2		1		2
Signe de $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f	13	$\nearrow$	24	$\searrow$	-3	$\nearrow$	12

3. Maximum de f sur $[-3; 2]$ qui vaut 24 atteint en -2.
4. Minimum de f sur $[-3; 2]$ qui vaut -3 atteint en 1.

Exercice 4▷

65 page 167 :
Le volume d'un prisme droit à base triangulaire est égal à

$$V = Aire(base) \times hauteur = Aire(triangle) \times hauteur$$

`Démarche :`

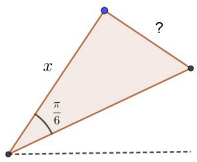
- x doit appartenir à l'intervalle $[0;30]$ puisque le côté du fond de la boîte vaut $60-2x$ et l'on doit avoir $0 \leqslant 60-2x \leqslant 60 \Leftrightarrow -60 \leqslant -2x \leqslant 0 \Leftrightarrow 30 \geqslant x \geqslant 0$;

- Hauteur h_t du triangle de longueur de côté égale à $60-2x$: On utilise la formule $h_t = a\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}(60-2x)$;

- Aire du triangle « fond de la boîte » en fonction de x :

$$\frac{base \times hauteur}{2} = \frac{(60-2x) \times \frac{\sqrt{3}}{2}(60-2x)}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}(60-2x)^2$$

- *hauteur* de la boîte en fonction de x :



$$\tan(\tfrac{\pi}{6}) = \frac{oppos\acute{e}\,\text{à}\,\pi/6}{adjacent\,\text{à}\,\pi/6} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{x} \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{3}x\,;$$

- Le volume $V(x)$ de la boîte en fonction de x vaut

$$V(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(60-2x)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{3}x = \frac{x}{4}(60-2x)^2$$

à partir de là, il s'agit de réaliser l'étude de la fonction V sur l'intervalle $[0;30]$ (dérivée, annulation, signe, tableau de variations).

Forme	u	u'	v	v'	dérivée
uv	$x \mapsto \frac{x}{4}$	$x \mapsto \frac{1}{4}$	$v : x \mapsto (60-2x)^2$	$v' : x \mapsto -2 \times 2(60-2x)$	$u'v + uv'$

AInsi, pour $x \in [0;30]$,

$$V'(x) = \frac{1}{4}(60-2x)^2 - \frac{x}{4} \times 4(60-2x) = (60-2x)(x-15+\tfrac{x}{2}) = \frac{1}{2}(60-2x)(3x-30)$$

- `Annulation de la dérivée sur` $[0;30]$: $V'(x) = 0 \Leftrightarrow 60-2x = 0 \,\text{ou}\, 3x-30 = 0 \Leftrightarrow x = 30$ ou $x = 10$
- `Signe de la dérivée sur` $[0;30]$: Signe d'un trinôme du second degré.
- `Valeur(s) interdite(s) sur` $[0;30]$: Pas de valeur interdite sur l'intervalle $[0;30]$.
- `Tableau de variations suivant` :

x	0		10		30
Signe de $V'(x)$		$+$	0	$-$	0
Variations de f	0	↗	4000	↘	0

Le maximum de V est 4000 et il est obtenu pour $x = 10$.
En évidant1 0 cm dans les coins du triangle, on obtient le volume de boîte maximal de 4 L.

• ○ •