Exercice 1▷ P : points O : obtenus

<table>
<tr><th></th><th>Réponse</th><th>P</th><th>O</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Dans le cas d'une fonction rationnelle, les valeurs qui annulent le dénominateur sont interdites et $8x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x(8-x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 8$. Ainsi tout intervalle ne contenant pas 0 et 8 peut servir d'ensemble de définition avec le mécanisme s. $]0;8[$ convient donc.</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>s est de la forme $\frac{u}{v}$ avec $u : x \mapsto 8$ et $v : x \mapsto 8x - x^2$, puis $u' : x \mapsto 0$ et $v' : x \mapsto 8 - 2x$. $s' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>$\forall x \in]0;8[,\ s'(x) = \dfrac{0 \times (8x - x^2) - 8(8 - 2x)}{(8x - x^2)^2} = \dfrac{-64 + 16x}{(8x - x^2)^2}$</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td>

- `Annulation de la dérivée sur` $]0;8[$: $s'(x) = 0 \Leftrightarrow -64 + 16x = 0 \Leftrightarrow x = 4$;
- `Signe de la dérivée sur` $]0;8[$: comme $(8x - x^2)^2 > 0$, le signe de $s'(x)$ est le même que celui de $-64 + 16x$ (fonction affine de coefficient directeur positif) ;
- `Valeur(s) interdite(s)` : pas de valeur interdite sur $]0;8[$;

<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>4</td><td></td><td>8</td></tr>
<tr><td>Signe de $-64 + 16x$</td><td>||</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>||</td></tr>
<tr><td>Signe de $s'(x)$</td><td>||</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>||</td></tr>
<tr><td>Variations de s</td><td>|| t</td><td>↘</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>↗</td><td>t ||</td></tr>
</table>

</td><td>2

2</td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td>La valeur du minimum est $\frac{1}{2}$ obtenu pour $x = 4$.</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td>$AM = x$ et $BM = 8 - x$ donc $\dfrac{1}{AM} + \dfrac{1}{BM} = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{8-x} = \dfrac{8 - x + x}{x(8-x)} = \dfrac{8}{8x - x^2} = s(x)$. Le niveau sonore le plus faible sera donc lorsque l'auditeur se trouvera à égale distance des deux haut-parleurs.</td><td>+2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>**Total** ⟶</td><td>**8**</td><td></td></tr>
</table>

Exercice 2▷ P : points O : obtenus

<table>
<tr><th></th><th>Réponse</th><th>P</th><th>O</th></tr>
<tr><td>Q1</td><td>$f'(1)$ est le coefficient directeur de $\mathcal{T}_1$ et par lecture graphique, on obtient $-\dfrac{3}{2}$.</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>Q2</td><td>$f = uv$ avec $u : x \mapsto x^2 - 4x + 4$ et $u' : x \mapsto 2x - 4$. $v : x \mapsto \sqrt{x}$ et $v' : x \mapsto \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. $f' = u'v + uv'$.
Finalement, pour tout $x \in]0;+\infty[$,
$f'(x) = (2x - 4)\sqrt{x} + (x^2 - 4x + 4) \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \ldots = \dfrac{5x^2 - 12x + 4}{2\sqrt{x}}$</td><td>2.5</td><td></td></tr>
<tr><td>Q3</td><td>$f'(1) = \dfrac{5 \times 1^2 - 12 \times 1 + 4}{2\sqrt{1}} = -\dfrac{3}{2}$</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>Q4</td><td>$\mathcal{T}_1 : y = f'(1)(x-1) + f(1) \Leftrightarrow y = -\dfrac{3}{2}(x-1) + 1 \Leftrightarrow y = -\dfrac{3}{2}x + \dfrac{5}{2}$</td><td>1.5</td><td></td></tr>
<tr><td>Q5</td><td>

- `Annulation de la dérivée sur` $]0;+\infty[$: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 12x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = 0,4$;
- `Signe de la dérivée sur` $]0;+\infty[$: comme $\sqrt{x} > 0$, le signe de $f'(x)$ est le même que celui de $5x^2 - 12x + 4$ (fonction polynôme du second degré) ;
- `Valeur(s) interdite(s)` : pas de valeur interdite sur $]0;+\infty[$;

<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>0.4</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>Signe de $5x^2 - 12x + 4$</td><td>||</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>Signe de $f'(x)$</td><td>||</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>Variations de s</td><td>0</td><td>↗</td><td>$f(0.4)$</td><td>↘</td><td>0</td><td>↗</td><td>t</td></tr>
</table>

Le maximum de f sur $[0;2]$ est $f(0,4) = 2,56\sqrt{0,4} \approx 1,62$</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>**Total** ⟶</td><td>**8**</td><td></td></tr>
</table>