

SYSTÈME 2x2

On considère le système suivant :
$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -4x + 3y = -1 \end{cases}$$

I Résoudre un système

1. Résolution graphique
 - (a) Les droites dont les équations sont dans le système sont-elles sécantes?
 - (b) Le représenter graphiquement et lire les coordonnées du point d'intersection.
2. Résolution classique
 - (a) Ce système admet-il des couples solutions? (appliquer la condition vue en classe de seconde)
 - (b) Résoudre le système en utilisant les méthodes classiques.
3. Écriture matricielle du système
 - (a) Écrire le système précédent sous la forme $AX = B$ où A est une matrice carrée d'ordre 2, X la matrice colonne des inconnues et B une matrice colonne.
 - (b) Prouver que la matrice inverse A^{-1} existe et écrire la relation vérifiée par X , A^{-1} et B .
 - (c) Déterminer X .

II Des systèmes sans solutions ou avec une infinité de solutions

On considère deux systèmes (S_1) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 6x + 3y = 11 \end{cases}$ et (S_2) $\begin{cases} 4x - y = 3 \\ 8x - 2y = 6 \end{cases}$

1. Un système ne possède aucun couple solution, l'autre en a une infinité. Identifier les systèmes et donner 3 couples solutions pour celui qui en a une infinité.
2. Donner les écritures matricielles des deux systèmes. Noter A_1 et A_2 les matrices des systèmes.
3. Que constate-t-on pour les deux matrices A_1 et A_2 ?

SYSTÈME 3x3

On considère le système suivant :
$$\begin{cases} 4x - 3y + z = 5 \\ -2x + 4y + 2z = 12 \\ x - 2y + 3z = 6 \end{cases}$$

III Résoudre un système

1. Résolution classique
 - (a) Ce système admet-il des triplets solutions? (Une règle hors programme ou la calculatrice)
 - (b) Résoudre le système en utilisant les méthodes classiques. (Par exemple, isoler une inconnue de coefficients 1)
2. Écriture matricielle du système
 - (a) Écrire le système précédent sous la forme $AX = B$ où A est une matrice carrée d'ordre 3, X la matrice colonne des inconnues et B une matrice colonne.
 - (b) La matrice inverse A^{-1} existe-t-elle? Écrire la relation vérifiée par X , A^{-1} et B .
 - (c) Déterminer X .

IV Des systèmes sans solutions ou avec une infinité de solutions

On considère le système (S) $\begin{cases} 2x + 3y - 2z = 2 \\ 4x - 3y + z = 4 \\ 2x + 12y - 7z = 2 \end{cases}$

1. Ce système possède-t-il une solution unique? Quelle conséquence cela a-t-il sur l'écriture matricielle?
2. En définitive, ce système à une infinité de triplets solutions. En chercher 3.