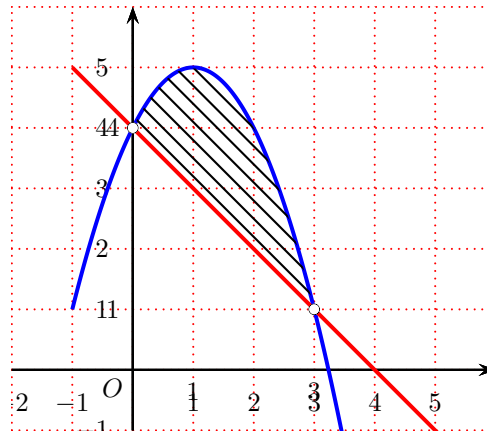


I Une aire entre deux courbes

Calculer, en unités d'aire, l'aire de la surface hachurée ci-dessous construite avec les fonctions f et g définies par

$$f(x) = 5 - (x - 1)^2 \quad \text{et} \quad g(x) = -x + 4$$

Il n'est pas demandé de déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes : les lire sur le graphique.



II Une suite d'intégrales

Pour tout entier naturel n , on pose $u_n = \int_0^1 \frac{e^{nt}}{1+e^t} dt$.

- Calculer u_1 .
- Simplifier puis calculer $u_0 + u_1$.
- En déduire la valeur exacte de u_0 .
- Démontrer que, pour tout entier naturel non nul n , on a

$$u_n + u_{n+1} = \frac{e^n - 1}{n}$$

En déduire la valeur exacte de u_2 .

III Nombres complexes et géométrie

Les questions qui suivent sont indépendantes.

- Quelle est l'écriture algébrique de $3e^{-i\frac{\pi}{6}}$?
- Simplifier $\frac{6e^{-\frac{2i\pi}{3}}}{2e^{-i\frac{\pi}{4}}}$
- Déterminer le module et l'argument de $z_1 = -2 + 2i\sqrt{3}$ et donner une écriture exponentielle de z_1 .
Déduire de ce qui précède, le module, un argument de z_1^4 et son écriture algébrique .

Exprimer (\vec{PR}, \vec{PS}) en fonction des affixes p, r et s des points P, R et S .

- Soit $P(3+2i)$, $R(-3)$ et $S(4-i)$, calculer une mesure de (\vec{PR}, \vec{PS}) .

Le triangle PSR est-il isocèle en P ?

