EXERCICE 1 : Soit la fonction $\boxed{\begin{aligned} f : \mathcal{D}_f &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{1}{x^2+1} \end{aligned}}$

1. Justifier que $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.
2. Quelles sont les variations de la fonction $\boxed{\begin{aligned} g : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto x^2+1 \end{aligned}}$? En déduire celles de f puis dresser le tableau de variations de f.

EXERCICE 2 : Soit f et g deux fonctions définies de la façon suivante :

$$\boxed{\begin{aligned} f : \mathcal{D}_f &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto x-1 \end{aligned}} \quad \text{et} \quad \boxed{\begin{aligned} g : \mathcal{D}_g &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{3x-11}{2-x} \end{aligned}}$$

1. Déterminer $\mathcal{D}_f$ et $\mathcal{D}_g$.
2. Exprimer $g(x) - f(x)$ pour tout $x \neq 2$.
3. Déterminer les positions relatives des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
4. Écrire $g(x)$ sous la forme $a + \dfrac{b}{x-2}$, pour tout $x \neq -2$.
5. Déterminer les variations de la fonction g en utilisant des fonctions de référence et les résultats sur les fonctions associées.
6. Construire $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

EXERCICE 3 : Soit la fonction $\boxed{\begin{aligned} r : \mathbb{R}^* &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{1}{|x|} \end{aligned}}$ dont le tableau de variations est :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Variations de r	0	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	0

1. Justifier le tableau de variations de r.
2. En utilisant le tableau de variations, résoudre $\dfrac{1}{|x|} = 2$, puis $\dfrac{1}{|x|} \geqslant 4$. Vérifier par le calcul les solutions trouvées.

EXERCICE 4 : Soit f et g deux fonctions :

$$\boxed{\begin{aligned} f : \mathcal{D}_f &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{2x+1}{x} \end{aligned}} \quad \text{et} \quad \boxed{\begin{aligned} g : \mathcal{D}_g &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{2x-9}{x-4} \end{aligned}}$$

1. Déterminer $\mathcal{D}_f$ et $\mathcal{D}_g$.
2. Prouver que $f(x) = 2 + \dfrac{1}{x}$ pour $x \neq 0$ et $g(x) = 2 - \dfrac{1}{x-4}$ pour $x \neq 4$.
3. Déterminer les tableaux de variation des fonctions f et g.
4. Vérifier que pour tout $t \neq -2$, $f(2-t) = g(2+t)$. Que peut-on en déduire pour les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$?

EXERCICE 5 : Soit la fonction $\boxed{\begin{aligned} h : \mathcal{D}_h &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{-3}{\sqrt{5-2x}} + 2 \end{aligned}}$

1. Déterminer $\mathcal{D}_h$.
2. Prouver que la fonction h est strictement décroissante sur $\mathcal{D}_h$.

EXERCICE 6 : Soit la fonction $\boxed{\begin{aligned} k : \mathcal{D}_k &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \sqrt{6x^2 - 36x + 48} \end{aligned}}$

1. Définir la fonction u telle que $k = \sqrt{u}$ et déterminer $\mathcal{D}_k$.
2. Déterminer les variations de u sur $\mathbb{R}$ puis celles de k sur chaque intervalle de $\mathcal{D}_k$.
3. Résoudre l'inéquation $k(x) \geqslant 4$.