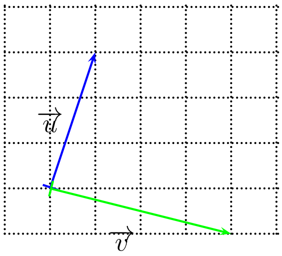
I Propriétés

- Régle du parallélogramme

Dessiner un représentant $\overrightarrow{v_1}$ du vecteur $\overrightarrow{v}$ à partir de l'extrémité de $\overrightarrow{u}$. Construire le vecteur $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v_1}$. Proposer une méthode de construction de $\overrightarrow{w}$ directement à partir des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.



- Caractérisation du milieu d'un segment
  Plusieurs caractérisations du milieu I d'un segment $[AB]$.

I est le milieu de [AB] ⇔ ....
⇔ ....
⇔ ....

II Mise en application

On considère un triangle non aplati ABC.

Le point D est tel que $\overrightarrow{AD} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ et I est le milieu de $[AB]$ et J celui de $[CD]$.

1. (a) Faire une figure.

   (b) Il s'agit maintenant construire le point E tel que $3\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{0}$ (1). Le point E à construire est présent dans les deux vecteurs de la somme précédente. En utilisant la relation de Chasles, « introduire » le point B dans le vecteur $\overrightarrow{ED}$ de la relation (1). Quelle nouvelle relation obtenez-vous ? Permet-elle de construire le point E ?

   (c) Le point F à construire vérifie $3\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{0}$. Proposer une technique permettant d'y parvenir.

   (d) Construire le point K milieu du segment $[EF]$.

2. Il s'agit dans cette question de prouver que les points K, I et J sont alignés et de préciser la position de K sur le segment $[IJ]$.

   (a) Écrire le vecteur $\overrightarrow{IK}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{IE}$ et $\overrightarrow{IF}$.

   (b) Décomposer les vecteurs $\overrightarrow{IE}$ et $\overrightarrow{IF}$ en utilisant respectivement les points B et A.

   (c) L'utilisation de la relation de Chasles permet à ce stade d'exprimer $\overrightarrow{IK}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{ID}$ et $\overrightarrow{IC}$.

   (d) Déterminer une relation de colinéarité entre les vecteurs $\overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{IJ}$. Conclure.