

EXERCICE 1 :

Pour tout naturel n , on pose $u_n = \frac{2^n}{3^{n+1}}$.

1. Prouver que la suite (u_n) est géométrique, préciser la raison et le premier terme.
2. Calculer $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

EXERCICE 2 :

(u_n) est la suite définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + 2$.

1. Quelle est la nature de (u_n) ? Prouver que $u_n = 1 + 2n, \forall n \in \mathbb{N}$.
2. La suite (v_n) est définie par : $v_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = v_n + u_n$.
 - (a) Calculer v_1, v_2, v_3 et v_4 .
 - (b) Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 1 + n^2$
 - (c) Étudier la monotonie de (v_n) .