

I Écriture des propriétés

Une formulation mathématique est souvent écrite de la manière suivante :

$$\text{Si } \langle \text{condition} \rangle \text{ alors } \langle \text{résultat} \rangle$$

LECTURE :

- Sous la condition énoncée , si le résultat proposé est **incontestable**, on dit que la propriété est **VRAIE**.
- Si sous la condition énoncée, un autre résultat est possible, on dit que la formulation est **FAUSSE**.

Dans ce cas, un exemple conduisant à un autre résultat s'appelle un

Exemple 1 :

Si $x = 1$ et $y = 2$ alors $x + y = 3$	V	F	...
Si $xy = 4$ alors $x = y = 2$	V	F	
Si un quadrilatère a des diagonales perpendiculaires alors c'est un losange	V	F	
Si $x \in \left[\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right]$ alors $x \in [0; 1]$	V	F	
Si un parallélogramme a des diagonales perpendiculaires alors c'est un losange	V	F	

Lorsque $\langle \text{condition} \rangle$ et $\langle \text{résultat} \rangle$ sont "inversés", on parle de **formulation réciproque**.

Écrire les réciproques des formulations du tableau et tester leur validité.

Il arrive que des formulations soient écrites différemment.

Exemple 2 :

Tous les nombres négatifs appartiennent à \mathbb{Z}	V	F	...
Les rectangles sont les seuls quadrilatères à posséder quatre angles droits	V	F	
N'importe quel carré est un losange	V	F	
Il existe des carrés qui ne sont pas des rectangles	V	F	
L'équation $5(x + 3) = 2(5 + x) + 3(x + 1)$ n'admet aucune solution	V	F	
Aucun nombre irrationnel n'est solution de $2x^2 - 1 = 5$	V	F	

II Équivalence

$\langle A \rangle$ et $\langle B \rangle$ sont deux propositions mathématiques.

Lorsque les formulations " Si $\langle A \rangle$ alors $\langle B \rangle$ " et " Si $\langle B \rangle$ alors $\langle A \rangle$ " sont **VRAIES**, on dit que les propositions $\langle A \rangle$ et $\langle B \rangle$ sont **équivalentes** et cela se note :

$$\langle A \rangle \Leftrightarrow \langle B \rangle.$$

Exemple 3 : Dans chaque cas, peut-on écrire $\langle A \rangle \Leftrightarrow \langle B \rangle$?

$\langle A \rangle$	Le lycée est fermé	$\langle B \rangle$	On est le 1 ^{er} janvier	OUI	NON	...
$\langle A \rangle$	M est le milieu de [EF]	$\langle B \rangle$	ME=MF	OUI	NON	...
$\langle A \rangle$	EFG est rectangle en F	$\langle B \rangle$	$EF^2 + FG^2 = EG^2$	OUI	NON	...
$\langle A \rangle$	[AC] et [BD] ont même milieu	$\langle B \rangle$	ABCD est un parallélogramme	OUI	NON	...
$\langle A \rangle$	$\widehat{EFG} = 60^\circ$	$\langle B \rangle$	EFG est équilatéral	OUI	NON	...