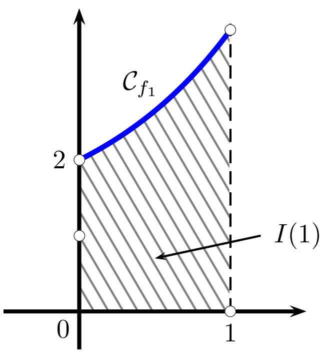
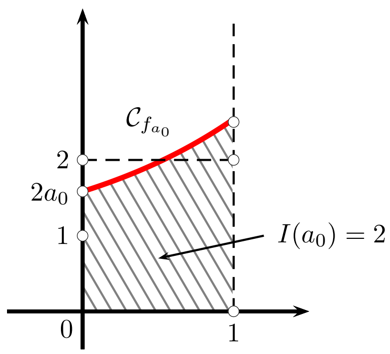
TS	GRILLE de correction DS6 NOM :	Note	

E1	Réponse	Points	Obtenus
Q.1	$Z=\frac{z_1}{z_2}=\frac{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{-8-8i\sqrt{3}}=\ldots\ldots=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{32}+i\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{32}\right)$ (multiplication par le conjugué)	1	
Q.2	z_1 de module 2 et d'argument $-\frac{\pi}{4}$ donc $z_1=2e^{-i\frac{\pi}{4}}$. z_2 de module 16 et d'argument $-\frac{2\pi}{3}$ donc $z_2=16e^{-i\frac{2\pi}{3}}$.	2	
Q.3	$Z=\frac{z_1}{z_2}=\frac{2e^{-i\frac{\pi}{4}}}{16e^{-i\frac{2\pi}{3}}}=\frac{2}{16}e^{i(-\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi}{3})}=\frac{1}{8}e^{i\frac{5\pi}{12}}$. L'écriture trigonométrique est donc $Z=\frac{1}{8}\left(\cos(\frac{5\pi}{12})+i\sin(\frac{5\pi}{12})\right)$.	1.5	
Q.4	En identifiant les formes trigonométrique et algébrique, on écrit $\frac{1}{8}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{32}$ qui conduit à $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{32}\times 8=\ldots=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	1	
Q.5	L'équation $\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\cos x-\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\sin x=-2\sqrt{3}$ dont on divise les deux membres par 4 devient : $\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)\cos x-\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)\cos(x)-\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)\sin(x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Leftrightarrow\quad\cos\left(x+\frac{5\pi}{12}\right)=\cos(-\frac{5\pi}{6})\quad\Leftrightarrow\quad\begin{cases}x+\frac{5\pi}{12}=-\frac{5\pi}{6}+k\times 2\pi\\x+\frac{5\pi}{12}=-(-\frac{5\pi}{6})+k\times 2\pi\quad k\in\mathbb{Z}\end{cases}\quad\Leftrightarrow$ $\begin{cases}x=\frac{5\pi}{12}+k\times 2\pi\\x=-\frac{3\pi}{4}+k\times 2\pi\quad k\in\mathbb{Z}\end{cases}$ $S=\{\frac{5\pi}{12}+k\times 2\pi,-\frac{3\pi}{4}+k\times 2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$	1.5	
	Total $\longrightarrow$	**7 points**	

E2	Réponse	Points	Obtenus
Q.1a	 BONUS : 	1	
Q.1b	$I(1)=\int_0^1 e^t+1\,dt=\left[e^t+t\right]_0^1=e+1-e^0=e$ arrondie au dixième à 2,7 u.a.	1	
Q.2a	$I(a)=\int_0^1 ae^{at}+a\,dt=\left[e^{at}+at\right]_0^1=e^a+a-e^0=e^a+a-1$	1	
Q.2b	On tente donc de résoudre $I(a)=2\Leftrightarrow e^a+a-1=2\Leftrightarrow e^a+a=3$. On pose $\phi(x)=e^x+x$ que l'on étudie sur l'intervalle $[0,1]$. Cette fonction est dérivable et, pour tout x de $[0,1]$, $\phi'(x)=e^x+1>0$, donc la fonction ϕ est strictement croissante sur $[0,1]$. ϕ est continue sur $[0,1]$. $\phi(0)=1$ et $\phi(1)=e+1>3$. L'utilisation du théorème de la bijection prouve qu'il existe $a_0\in[0,1]$ tel que $\phi(a_0)=3$. Par balayage, avec la calculatrice on trouve $a_0\approx 0,79$ arrondi à 0,01 près, et $I(a_0)=2$.	+2	
	Total $\longrightarrow$	**3 points**	

E3	Réponse	Obtenus	Points
ROC	voir cours	1	
Q.B1	La fonction f est continue sur $[0;+\infty[$ comme produit de fonctions continues sur $[0;+\infty[$ et positive sur $[0;+\infty[$ car pour tout réel x de $[0;+\infty[$, $\frac{1}{4}x \geq 0$ et $e^{-\frac{x}{2}} > 0$. D'après la partie A, F est une primitive de f sur $[0;+\infty[$ et $F'(x) = f(x)$ pour tout $x \geqslant 0$. Pour tout réel x de $[0;+\infty[$, $F'(x) \geq 0$ donc la fonction F est croissante sur $[0;+\infty[$.	1	
Q.B2	G est dérivable sur $[0;+\infty[$ et on a : pour $x \geqslant 0$, $G'(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} - (\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} - \frac{x}{4}e^{-\frac{x}{2}}) = \frac{x}{4}e^{-\frac{x}{2}} = f(x)$. Par conséquent G est une primitive de f sur $[0;+\infty[$. Il existe un réel k tel que $G(x) = F(x) + k$ pour tout réel x de $[0;+\infty[$. De plus, $G(0) = F(0) + k$ équivaut à $k = 0$. Cela signifie donc que $F = G$.	1	
	Total $\longrightarrow$	**3 points**	

E4	Réponse	Points	Obtenus
Q.A1	Pour tout réel $t \geq 0$, $e^{-2t} > 0$ et $1+e^{-2t} > 1$. La fonction ln étant strictement croissante sur $]0;+\infty[$, on a : $\ln(1+e^{-2t}) > \ln(1)$ soit $h(t) > 0$.	1	
Q.A2	h est dérivable sur $[0;+\infty[$ et $h'(t) = \frac{-2e^{-2t}}{1+e^{-2t}}$. Comme pour tout réel $t \geq 0$, $e^{-2t} > 0$ et $1+e^{-2t} > 1$, $h'(t) < 0$ et la fonction h est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$.	2	
Q.A3	Soit n un entier naturel . Si $n \leq t \leq n+1$, on a $h(n) \geq h(t) \geq h(n+1)$ car h est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$. Ainsi ,pour tout réel t de $[0;+\infty[$, $\ln(1+e^{-2(n+1)}) \leq h(t) \leq \ln(1+e^{-2n})$.	1	
Q.B1	La fonction h étant continue et positive sur $[0;+\infty[$ donc sur tout intervalle $[n;n+1]$ où n est un entier naturel. u_n est l'aire en unités d'aire du domaine délimité par la courbe représentative de h , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = n$ et $x = n+1$.	1	
Q.B2	D'après A.3 , on a : pour tout réel t de $[0;+\infty[$, $\ln(1+e^{-2(n+1)}) \leq h(t) \leq \ln(1+e^{-2n})$.Par intégration , on a alors : $\int_n^{n+1} \ln(1+e^{-2(n+1)})\,\mathrm{d}t \leq \int_n^{n+1} h(t)\,\mathrm{d}t \leq \int_n^{n+1} \ln(1+e^{-2n})\,\mathrm{d}t$ $\left[\ln(1+e^{-2(n+1)})t\right]_n^{n+1} \leq u_n \leq \left[\ln(1+e^{-2n})t\right]_n^{n+1}$ Ainsi , on a : $\ln(1+e^{-2(n+1)}) \leq u_n \leq \ln(1+e^{-2n})$ Comme pour tout réel positif t, $h(t) \geq 0$ on a $\ln(1+e^{-2(n+1)}) \geq 0$ pour tout entier naturel n. Par conséquent , pour tout entier naturel n , $0 \leq u_n \leq \ln(1+e^{-2n})$.	1	
Q.B3	$\lim\limits_{n\to+\infty} -2n = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ donc par composition , $\lim\limits_{n\to+\infty} e^{-2n} = 0$. De plus , $\lim\limits_{n\to+\infty} 1+e^{-2n} = 1$ et $\lim\limits_{x\to 1} \ln(x) = 0$ donc par composition , $\lim\limits_{n\to+\infty} \ln(1+e^{-2n}) = 0$. Le théorème des gendarmes permet alors de dire que la suite (u_n) est convergente et que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.	1	
	Total $\longrightarrow$	**7 points**	