Soit la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - \frac{10}{21}x - \frac{8}{7}$ et représentée ci-dessous pour $x \in [-1.5; 2]$.

I Valeur approchée du minimum

Quel semble être le minimum de la fonction f, et pour quelle valeur de x semble-t-il atteint ? (répondre par une phrase et placer les réponses sur le graphique).

II Valeurs approchées de solutions. Encadrement

1. Où lit-on sur le graphique les solutions de l'équation $f(x) = 0$?
2. Donner, par lecture graphique, un encadrement à 0,5 près de ces solutions. (les nommer x_1 et x_2, $x_1 < x_2$)
3. En utilisant la fonction table de la calculatrice et en justifiant, affiner les valeurs de x_1 et x_2 : trouver pour chacune un encadrement au dixième près, puis un encadrement au centième près.

III Valeurs exactes des solutions

1. Montrer que $f(x)$ peut s'écrire pour tout réel x : $f(x) = \left(x - \frac{4}{3}\right)\left(x + \frac{6}{7}\right)$.
2. Résoudre alors l'équation $f(x) = 0$ et comparer votre résultat à ceux de II.

IV Valeur exacte du minimum

Montrer que $f(x) = \left(x - \frac{5}{21}\right)^2 - \frac{529}{441}$.

Expliquer alors pourquoi $-\frac{529}{441}$ est le minimum de la fonction f sur $\mathbb{R}$. En quelle valeur est-il atteint ?

V Inéquation

Résoudre graphiquement dans l'intervalle $[-1,5;2]$, l'inéquation $f(x) < 1$.

VI Tableaux de variations et de signes

Dresser le tableau de variations et le tableau de signes de la fonction f sur $[-1,5;2]$.

VII Une autre équation

Combien l'équation $f(x) = -\frac{8}{7}$ a-t-elle de solutions ?
Les déterminer par le calcul.