

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{1}{3} \sin^3(x) + \frac{1}{2} \sin^2(x)$$

1. Démontrer que f est périodique de période 2π .
2. Démontrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) = \sin(x) \cos(x) (\sin(x) + 1)$$

En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 2\pi]$.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 2\pi]$ et construire la courbe de f sur $[0; 2\pi]$.

