

APPROCHER PUIS DÉTERMINER EXACTEMENT LES SOLUTIONS D'UNE ÉQUATION.

On considère la fonction B définie par : $B(x) = \frac{x^3}{2} - \frac{3x^2}{4} - \frac{5x}{2} + \frac{27}{4}$.

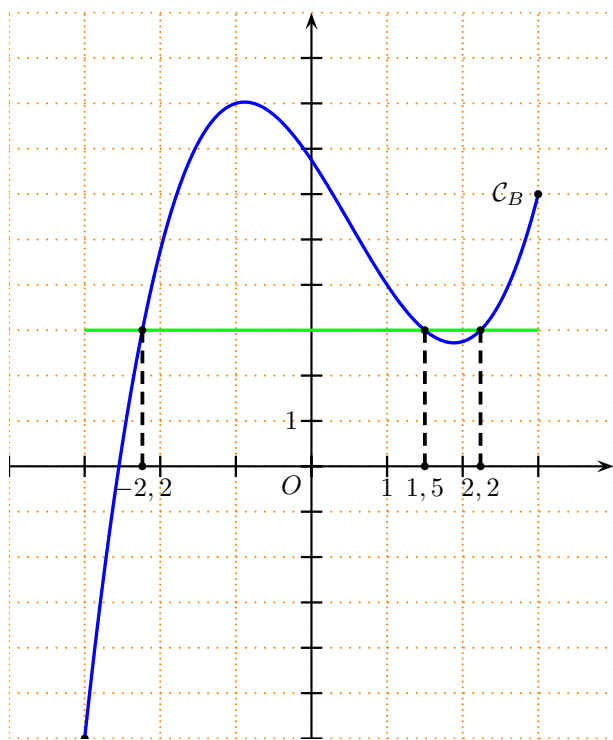
L'objectif est de trouver la ou les solutions de l'équation $B(x) = 3$.

I Recherche avec la courbe sur l'intervalle $I = [-3; 3]$

1. Tableau de valeurs sur l'intervalle I avec un pas de 0.5.

| | | | | | | | | | | | | | |
|--------|----|------|------|-------|----|------|------|-------|---|-----|------|-------|---|
| x | -3 | -2,5 | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 |
| $B(x)$ | -6 | 0,5 | 4,75 | 7,125 | 8 | 7,75 | 6,75 | 5,375 | 4 | 3 | 2,75 | 3,625 | 6 |

2. Courbe de la fonction B :



3. Conjecture du nombre de solutions de l'équation $B(x) = 3$:

4. x_1, x_2 et x_3 les 3 solutions de l'équation, avec $x_1 < x_2 < x_3$.

Lire graphiquement des valeurs possibles de x_1, x_2 et x_3 ?

On lit $x_1 \approx -2,2$, puis $x_2 \approx 1,5$ et $x_3 \approx 2,2$.

Valeurs exactes ou approchées ?

Il suffit de calculer les images par la fonction B des trois valeurs lues graphiquement :
par le calcul ou avec la machine, on a

$$B(2,2) \neq 3, \quad B(1,5) = 3 \quad \text{et} \quad B(-2,2) \neq 3$$

Ainsi seule la valeur $x_2 = 1,5$ est exacte, les valeurs x_1 et x_3 sont approchées.

5. Premier encadrement des valeurs x_1 et x_3 :

Encadrements d'amplitude 0.01 des valeurs de x_1 et x_3 :

II Recherche des valeurs exactes

1. On développe l'expression $\frac{1}{2} \left(x - \frac{3}{2} \right) (x^2 - 5) + 3$

2. Solutions exactes du problème :