

.1 Etapes de l'étude d'une fonction.

SAVOIR : Sur un intervalle, le signe de la fonction dérivée f' est lié au sens de variation de la fonction f , et réciproquement.

- La fonction $f'(x)$ est positive (+) $\iff f$ est *croissante*.
- La fonction $f'(x)$ est négative (-) \iff alors f est *décroissante*.

Voici donc les étapes pour étudier une fonction f (= prévoir ses variations et ses extrema) :

1. Calculer l'expression de la fonction dérivée f' .
2. Etudier le **SIGNE** de la fonction dérivée f' .
3. EN DEDUIRE les variations de la fonction f dans un tableau de variations.

.2 Rappel des méthodes pour trouver le signe d'expressions

.2.1 Trouver le signe d'une expression du premier degré (forme $ax + b$)

1. Recherche de la valeur qui donne 0 comme image : $ax + b = 0 \iff x = -\frac{b}{a}$
2. **Deux tableaux sont possibles**, ils se distinguent par le **signe de a** , coefficient de x dans $ax + b$.

Si $a > 0$, le tableau se remplit suivant cet ordre

-	0	+
---	---	---

Si $a < 0$, le tableau se remplit suivant cet ordre

+	0	-
---	---	---

Exemple

Voir l'exercice type bac numéro 2.

Exemple

Soit la fonction $f(x) = -x^2 + 4x - 5$.

1°) Calculer $f'(x) = \dots$

2°) Etudier le signe de $f'(x)$:

3°) En déduire les variations de f sur $[0; 7]$:

x	0	7
Signe de $f'(x)$		
Variations de f		

.2.2 Trouver le signe d'une expression du second degré (forme $ax^2 + bx + c$)

1. Recherche des valeurs éventuelles donnant 0 comme image : $ax^2 + bx + c = 0$

Méthode : On calcule $\Delta = b^2 - 4ac$, et ensuite :

- Si $\Delta > 0$, deux valeurs de x , appelées "racines", donnent 0 comme image :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a};$$

- Si $\Delta = 0$, une seule valeur donne 0 : $x_0 = -\frac{b}{2a}$;
- Si $\Delta < 0$, l'expression ne s'annule pas.

2. Modèles de tableau

Si $\Delta > 0$, il y a 2 zéros et on met le signe de a à l'extérieur des racines :

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe	<i>signe de a</i>		<i>0 signe opposé de a 0</i>	<i>signe de a</i>

Si $\Delta = 0$, il y a un seul zéro et le signe de a de part et d'autre.

x	$-\infty$...	$+\infty$
Signe	<i>signe de a 0 signe de a</i>		

Si $\Delta < 0$, il n'y a que le signe de a

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe	<i>Signe de a</i>	

Exemple

Voir l'exercice type bac numéro 1 (c'est celui qui débute avec les 4 courbes de 4 fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4).

.2.3 Trouver le signe d'une expression factorisée ou sous forme de quotient

On fait un tableau de signes pour chaque facteur constituant l'expression de $f'(x)$.

Sans oublier la règle suivante utile parfois : **Un carré est toujours positif ou nul.**

Exemple

Voir l'exercice type bac numéro 3.