

NOM :

Coefficient 3

Durée 3 heures

**LE SUJET EST A RENDRE AVEC LA COPIE**  
Calculatrice autorisée - le barème est sur 20 points.

**EXERCICE 1**

(3 points)

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.*

*Pour chaque question, quatre réponses sont proposées, parmi lesquelles une seule est correcte.*

*Indiquez sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la la réponse choisie.*

*Aucune justification n'est demandée.*

*Une réponse correcte rapporte 0,5 ou 1 point ; une absence de réponse ou une réponse fausse ne rapporte et n'enlève aucun point.*

On considère une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-5 ; 3]$  dont la représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  est donnée ci-dessous.

Soit A le point de  $\mathcal{C}_f$  de coordonnées  $(0 ; -3)$ , B et C les points de  $\mathcal{C}_f$  d'abscisses respectivement égales à 1 et à  $-3$ . La tangente  $T_0$  en A à  $\mathcal{C}_f$  passe par le point C. Les tangentes à  $\mathcal{C}_f$  aux points B et C sont horizontales.

- $f(1)$  est égal à :
 

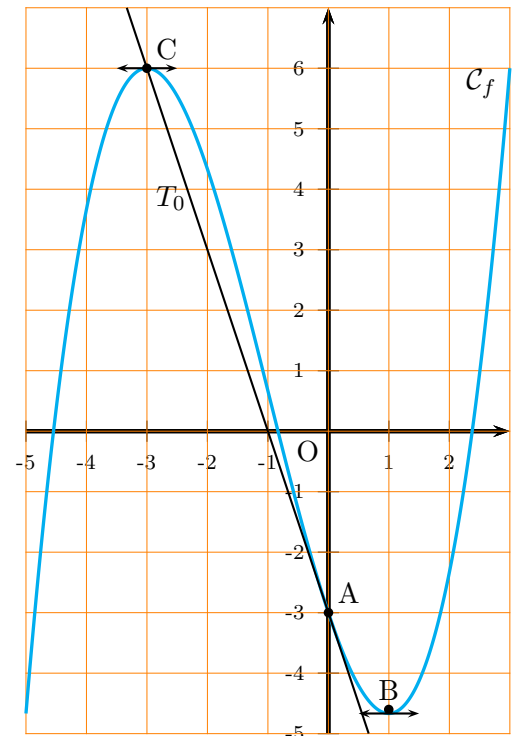
a. $-3$	b. $2,3$
c. $-1$	d. $-4,6$
- Le nombre dérivé en 1 de la fonction  $f$  est égal à :
 

a. $-4,7$	b. $-3$
c. $0$	d. $1$
- Une équation de la tangente  $T_0$  est :
 

a. $y = -3x - 3$	b. $y = -x - 3$
c. $y = -3x$	d. $y = -3$
- $f'(-3)$  est égal à :
 

a. $-3$	b. $0$
c. $6$	d. $-\frac{1}{3}$
- La fonction dérivée d'une fonction  $h$  définie par  $h(x) = 4x^3 - 4x + 1$  a pour expression :
 

a. $h'(x) = 3x^2 - 4$	b. $h'(x) = 7x^2 - 4$
c. $h'(x) = 12x^2 - 4$	d. $h'(x) = 12x^2 - x + 1$



• ○ • ○ •

**EXERCICE 2**

(6 points)

Au cours d'une épidémie virale on a relevé à chaque semaine le nombre, exprimé en milliers, de personnes contaminées. Le tableau ci-dessous rend compte de cette enquête sur une période de 10 semaines.

Semaine ( $x_i$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de cas en milliers ( $y_i$ )	2	5	7	15	30	33	50	68	79	92

**Partie A**

1. Représenter le nuage des points  $M_i(x_i ; y_i)$  associé la série statistique ci-dessus.  
(unités graphiques : 1 cm pour 1 semaine en abscisse, 1 cm pour 10 milliers de personnes en ordonnée).  
Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de ce nuage par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au millième.
2. En utilisant ce modèle, prévoir le nombre, arrondi au millier, de personnes contaminées à la 14<sup>e</sup> semaine.

**Partie B**

1. Calculer le taux d'évolution, exprimé en pourcentage et arrondi au dixième, du nombre de personnes contaminées entre la 8<sup>e</sup> et la 10<sup>e</sup> semaine.
2. Calculer le taux d'évolution hebdomadaire moyen, exprimé en pourcentage et arrondi au dixième, du nombre de personnes contaminées sur cette même période.
3. On suppose que, à partir de la 10<sup>e</sup> semaine, le nombre de personnes contaminées augmente chaque semaine de 16,3%.
  - (a) Calculer le nombre, arrondi au millier, de personnes contaminées à la 11<sup>e</sup> semaine.
  - (b) Calculer, en utilisant ce modèle, le nombre arrondi au millier de personnes contaminées à la 14<sup>e</sup> semaine.

**Partie C**

En réalité nombre de cas relevés à la 14<sup>e</sup> semaine a été égal à 152 000.

1. Expliquer pourquoi on aurait pu prévoir, à l'aide du nuage de points, l'écart entre l'estimation obtenue à la partie A et le nombre réel de personnes contaminées à la 14<sup>e</sup> semaine.
2. Le modèle utilisé la partie B donne-t-il une meilleure estimation du nombre réel de personnes contaminées à la 14<sup>e</sup> semaine que celui de la partie A ?



**EXERCICE 3**

(6 points)

Une entreprise de menuiserie fait une étude sur la fabrication de chaises en bois pour une production comprise entre 5 et 60 chaises par jour.

On admet que le coût de production, en euros, de  $x$  chaises par jour est donné par :

$$C(x) = x^2 - 10x + 200$$

où  $C$  est une fonction définie sur l'intervalle  $[5 ; 60]$ .

Le prix de vente d'une chaise est de 50 €. La courbe représentative  $\mathcal{C}$  de la fonction  $C$ , sur l'intervalle  $[5 ; 60]$ , est donnée dans l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.

**A Coût de production**

1. Déterminer par le calcul le coût de production de 20 chaises.
2. Par lecture graphique, estimer la quantité de chaises correspondant à un coût de production de 500 €. *On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.*

**B Étude graphique du bénéfice**

1. On appelle  $R(x)$  la recette correspondant à la vente de  $x$  chaises. Montrer que  $R(x)$  est donné par :  $R(x) = 50x$ .
2. Représenter graphiquement la fonction  $R$  sur l'intervalle  $[5 ; 60]$ , dans le repère de l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.
3. Le bénéfice  $B(x)$  réalisé par l'entreprise en fonction du nombre  $x$  de chaises vendues est la différence entre la recette et le coût de production.  
À l'aide du graphique, déterminer l'intervalle dans lequel doit se trouver le nombre de chaises à vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif.  
*On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.*

**C Étude algébrique du bénéfice**

Le bénéfice réalisé par l'entreprise, exprimé en euros, est modélisé par la fonction  $B$  définie sur l'intervalle  $[5 ; 60]$ .

1. Montrer que  $B(x) = -x^2 + 60x - 200$ .
2. À l'aide de la calculatrice, remplir le tableau de valeurs de la fonction  $B$  donné dans l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.
3.  $B'$  est la dérivée de la fonction  $B$ . Calculer  $B'(x)$ .
4. Déterminer, en fonction de  $x$ , le signe de  $-2x + 60$ , sur l'intervalle  $[5 ; 60]$ .
5. En déduire les variations de la fonction  $B$  sur l'intervalle  $[5 ; 60]$ .
6. On suppose que la production est entièrement vendue. Déterminer le nombre de chaises que doit produire l'entreprise pour réaliser un bénéfice maximum.



**EXERCICE 4**

(5 points)

L'étude des chiffres d'affaires annuels de deux entreprises, notées A et B a conduit à la modélisation suivante :

- le chiffre d'affaires de l'entreprise A augmente de 3 000 € chaque année;
- le chiffre d'affaires de l'entreprise B augmente de 5 % chaque année.

La première année, chacune de ces deux entreprises a réalisé un chiffre d'affaires de 30 000 €.

On note  $a_n$  le chiffre d'affaires, en euros, réalisé par l'entreprise A au terme de la  $n$ -ième année et  $b_n$  le chiffre d'affaires, en euros, réalisé par l'entreprise B au terme de la  $n$ -ième année.

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, donne les résultats pour les premières années.

	E	F	G	H
1	Rang de l'année : $n$	Chiffre d'affaires de l'entreprise A : $a_n$	Chiffre d'affaires de l'entreprise B : $b_n$	Chiffre d'affaires cumulé de l'entreprise B
2	1	30 000	30 000	30 000
3	2	33 000	31 500	61 500
4	3	36 000	33 075	94 575

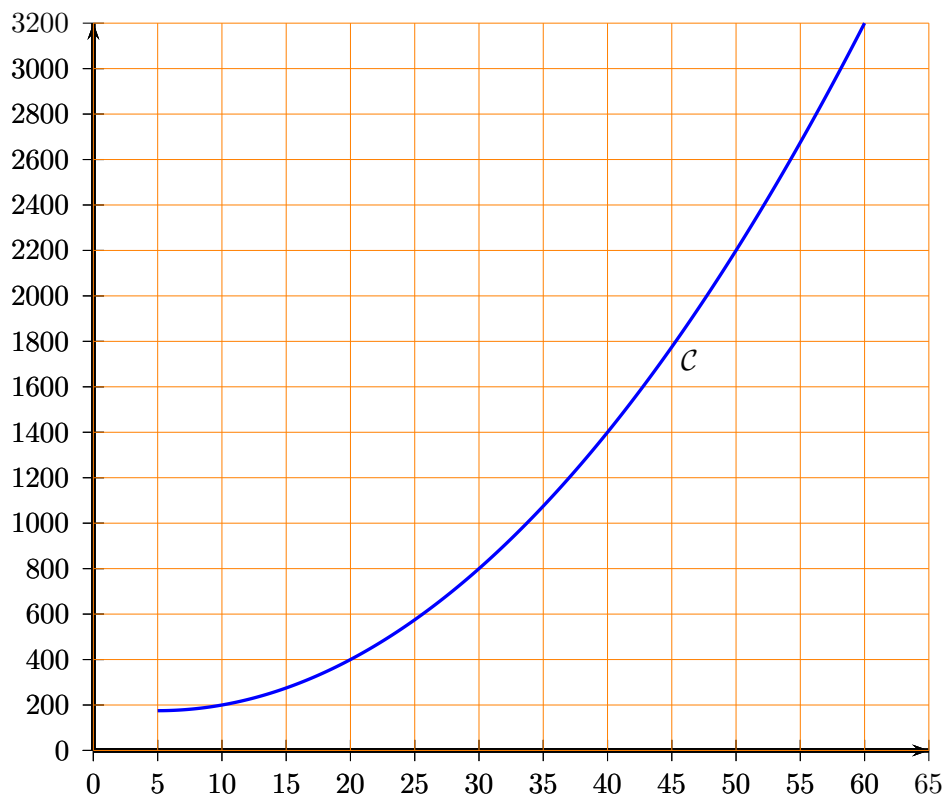
Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

**Partie A : Étude du chiffre d'affaires de l'entreprise A**

1. Quelle est la nature de la suite  $(a_n)$  ? Justifier. Préciser son premier terme  $a_1$  et sa raison.
2. (a) Exprimer  $a_n$  en fonction de  $n$ .  
 (b) Calculer le chiffre d'affaires, en euros, réalisé par l'entreprise A au terme de la cinquième année.  
 (c) Proposer une formule qui, saisie dans la cellule F3, permet par recopie vers le bas de calculer le chiffre d'affaires annuel de l'entreprise A.
3. L'entreprise A décide d'embaucher un salarié dès que son chiffre d'affaires annuel dépassera 50 000 €. Au terme de quelle année cela lui sera-t-il possible ? Justifier la réponse.

**Partie B : Étude du chiffre d'affaires de l'entreprise B**

1. (a) Quelle formule, saisie dans la cellule G3, permet par recopie vers le bas de calculer le chiffre d'affaires annuel de l'entreprise B ?  
 (b) Quelle est la nature de la suite  $(b_n)$  ? Justifier. Préciser son premier terme  $b_1$  et sa raison.  
 (c) Exprimer  $b_n$  en fonction de  $n$ .
2. Calculer le chiffre d'affaires prévisible pour l'entreprise B au terme de la sixième année.  
*On arrondira le résultat à l'euro près.*
3. (a) Donner la valeur de la somme  $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6$ .  
*On arrondira le résultat à l'euro près.*  
 Que représente-t-elle ?  
 (b) Proposer une formule qui, saisie dans la cellule H3, permet par recopie vers le bas de calculer le chiffre d'affaires cumulé de l'entreprise B.

**A N N E X E 1****EXERCICE 3 : courbe représentative de la fonction  $C$** **EXERCICE 3 : tableau de valeurs de la fonction  $B$  à compléter**

$x$	0	10	20	25	30	35	40	50	60
$B(x)$									