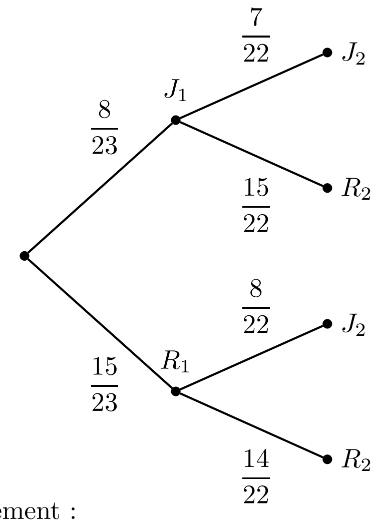
Dans un urne, il y a 8 jetons jaunes et 15 jetons rouges indiscernables au toucher. On tire au hasard successivement et sans remise 2 jetons de l'urne.



1. Déterminer la probabilité de l'événement :

$$E : \text{« le premier jeton tiré est jaune ».}$$

L'expérience consiste à tirer deux jetons donc chaque issue est composée d'un tirage de deux jetons. En particulier $E = \{J_1 \cap J_2 ; J_1 \cap R_2\}$

Ainsi , $p(E) = p(J_1 \cap J_2) + p(J_1 \cap J_2) = p(J_1)p_{J_1}(J_2) + p(J_1)p_{J_1}(R_2) = p(J_1)(p_{J_1}(J_2) + p_{J_1}(R_2)) = p(J_1) = \dfrac{8}{23}$

2. On répète sept fois cette épreuve ; après chaque épreuve, les deux jetons sont remis dans l'urne.
X est la variable aléatoire qui, à chaque partie de sept épreuves, associe le nombre de fois où E se produit.

   (a) Loi de probabilité suivie par la variable X : Lors d'une épreuve, soit E est réalisé (succès), soit il ne l'est pas, il s'agit donc d'une épreuve de Bernoulli. Comme les jetons sont remis, les épreuves sont indépendantes, il s'agit donc d'une répétition d'épreuves indépendantes, la variable X suit donc une loi binomiale de paramètres 7 et $\dfrac{8}{23}$ (qui est la probabilité de E)

   (b) A :« E se produit exactement trois fois ».

   On sait que $p(X=3) = \binom{7}{3}\left(\dfrac{8}{23}\right)^3\left(\dfrac{15}{23}\right)^{7-3} \approx 0,266$

   (c) B :« E se produit au moins six fois ».

   $p(X \geqslant 6) = p(X=6) + p(X=7) = \binom{7}{6}\left(\dfrac{8}{23}\right)^6\left(\dfrac{15}{23}\right) + \left(\dfrac{8}{23}\right)^7 \approx 0,0087$