On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{3}\sin^3(x) + \frac{1}{2}\sin^2(x)$$

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x+2\pi) = \dfrac{1}{3}\sin^3(x+2\pi) + \dfrac{1}{2}\sin^2(x+2\pi) = \dfrac{1}{3}\sin^3(x) + \dfrac{1}{2}\sin^2(x)$ car $\sin(x+2\pi) = \sin(x)$.
   En revanche $\sin(x+\pi) = -\sin(x)$ et $\sin^3(x+\pi) = -\sin(x)$, donc f est périodique de période 2π.

2. $f = \dfrac{1}{3}u^3 + \dfrac{1}{2}u^2$, avec $u = \sin$ qui est dérivable sur $\mathbb{R}$. Ainsi f est dérivable sur $\mathbb{R}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) = \frac{1}{3} \times 3 \times u'(x)u^2(x) + \frac{1}{2} \times 2 \times u'(x)u(x) = \cos(x)\sin^2(x) + \cos(x)\sin(x) = \sin(x)\cos(x)(\sin(x)+1)$$

x	0		$\pi/2$		π		$3\pi/2$		2π
$\sin(x)$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0
$\cos(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$\sin(x) + 1$		$+$		$+$		$+$	0	$+$	
Signe de $f'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0
Variations de f	0	$\nearrow$	$\frac{5}{6}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{6}$	$\searrow$	0

3. Tableau ci-dessus.