On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x^2 - x - 2)^3$

1. f est de la forme u^3 avec $u : x \longmapsto x^2 - x - 2$ et u dérivable sur $\mathbb{R}$. Ainsi d'après le cours, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f' = 3u'u^2$ où $u' : x \longmapsto 2x - 1$.

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = 3(2x-1)(x^2-x-2)^2}.$$

.

2. L'équation de la tangente à C_f en A d'abscisse 0 est $y = f'(0)x + f(0)$.

- $f(0) = (-2)^3 = -8$
- $f'(0) = 3 \times (-1) \times (-2)^2 = -12$

On a donc l'équation de la tangente en A d'abscisse 0 : $\boxed{y = -12x - 8}$

3. Points de la courbe C_f en lesquels la tangente a une pente nulle.

Les points cherchés ont une abscisse solution de $f'(x) = 0$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3(2x-1)(x^2-x-2)^2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$ ou $x = -1$ ou $x = 2$

Ainsi $\boxed{S = \left\{(\tfrac{1}{2}; -\tfrac{729}{64}); (-1;0) : (2;0)\right\}}$