Soit (u_n) la suite définie par : $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = \dfrac{1}{3}v_n + 1$.

1. $x = \dfrac{x}{3} + 1 \Leftrightarrow x - \dfrac{x}{3} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{2}{3}x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$.
   la solution chechée est $a = \dfrac{3}{2}$.

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = v_n - a = v_n - \dfrac{3}{2}$

   Donc, pour tout n, $u_{n+1} = v_{n+1} - \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{3}v_n + 1 - \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{3}v_n - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{3}\left(v_n - \dfrac{3}{2}\right)$.
   (u_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$ et de premier terme $u_0 = v_0 - \dfrac{3}{2} = -\dfrac{1}{2}$.

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 q^n \Leftrightarrow u_n = -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}\right)$.

   Par ailleurs, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = v_n - \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow v_n = u_n + \dfrac{3}{2}$

   On a donc, $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}\right)$