Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k}\,)$, on considère :

- les points $A(1;1;1)$ et $B(3;2;0)$;
- le plan (P) passant par le point B et admettant le vaecteur $\overrightarrow{AB}$ pour vecteur normal ;
- le plan (Q) d'équation : $x-y+2z+4=0$;

1. Équation cartésienne du plan (P) : Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$, comme le plan (P) admet ce vecteur comme vecteur normal, une équation cartésienne est de la forme
$$2x+y-z+d=0$$
Or $B\in(P)\Leftrightarrow 2x_B+y_B-z_B+d=0\Leftrightarrow 2\times 3+2-0+d=0\Leftrightarrow d=-8$

   Une équation cartésienne de (P) est donc $\boxed{2x+y-z-8=0}$

2. Plans (P) et (Q) sécants ? on examine la colinéarité éventuelle d'un vecteur normal de (P) avec un vecteur normal de (Q).

   $\overrightarrow{n_P}\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ non colinéaire à $\overrightarrow{n_Q}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ (les coordonnées ne sont pas proportionnelles) donc les plans ne sont pas parallèles et ils se coupent suivant une droite.

3. On teste la représentation paramétrique de la droite (D) dans les équations des deux plans (pour tout $t\in\mathbb{R}$) :
   - $\forall t\in\mathbb{R},\ x-y+2z+4=t-(12-5t)+2(4-3t)+4=6t-6t-12+12=0$ donc la droite (D) est contenue dans (P).
   - $\forall t\in\mathbb{R},\ 2x+y-z-8=2t+12-5t-(4-3t)-8=2t-2t+12-12=0$ donc la droite (D) est contenue dans (Q).

   On a bien $\boxed{D=P\cap Q}$

4. A appartient-il à la droite (D) ? Il faut voir s'il existe une valeur de t pour laquelle la représentation paramétrique de (D) permet de retrouver les coordonnées du point A.

   c'est à dire, est-il possible d'avoir

   $\begin{cases}1=t\\1=12-5t\\1=4-3t\end{cases}$, visiblement non puisque les trois équations donnent trois valeurs de t différentes.