

Soit h la fonction définie par $h(x) = \ln(-x^2 - 3x + 4)$.

1. D_h est l'ensemble des x pour lesquels $h(x)$ existe : c'est à dire pour lesquels $-x^2 - 3x + 4 > 0$ car \ln est définie sur $]0; +\infty[$.

Un calcul rapide de discriminant ($\Delta = 25$) donne les solutions de $-x^2 - 3x + 4 = 0$ ($x = -4$ et $x = 1$) et la règle du signe de a à l'extérieur des racines donne $D_h =]-4; 1[$.

2. $h\left(-\frac{3}{2} + a\right) = h\left(-\frac{3}{2} - a\right) = \ln\left(-a^2 + \frac{25}{4}\right)$ pour tout a tel que $-\frac{3}{2} + a$ et $-\frac{3}{2} - a$ soient dans D_h donc la courbe de h admet un axe de symétrie d'équation $x = -\frac{3}{2}$.

3. $D_h =]-4; 1[$.

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -4} -x^2 - 3x + 4 = 0^+ \\ \lim_{X \rightarrow 0} \ln(X) = -\infty \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(composition)} \\ \lim_{x \rightarrow -4} h(x) = -\infty \end{array} \quad \text{et} \quad \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1} -x^2 - 3x + 4 = 0^+ \\ \lim_{X \rightarrow 0} \ln(X) = -\infty \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(composition)} \\ \lim_{x \rightarrow 1} h(x) = -\infty \end{array}$$

4. Pour $x \in D_h$, $h'(x) = \frac{-2x - 3}{-x^2 - 3x + 4}$.

et $-x^2 - 3x + 4 > 0$ donc $h'(x)$ est du signe de $-2x - 3$ ce qui donne le tableau de variation suivant :

x	-4	$-\frac{3}{2}$	1	
Signe de $h'(x)$		+	0	-
Variations de h			$\ln \frac{25}{4}$	
	$-\infty$			$-\infty$

5. Variation de h sur D_h : voir tableau plus haut.

6. Courbe de h :

